



UNIVERSITÀ DI TRENTO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E MECCANICA

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE

TECNICA DELLE COSTRUZIONI IN C.A. E ACCIAIO

A.A. 2019-2020

OGGETTO

ESERCITAZIONE

*PROGETTO E VERIFICA DI ELEMENTI IN
C.A. DI UN EDIFICIO MULTIPIANO*

TAVOLA

01

TITOLO

RELAZIONE DI CALCOLO

CONTENUTI

- Introduzione
- Materiali
- Azioni
- Progetto e verifica della trave, del solaio e del pilastro P27

STUDENTE

Francesco Profico
matr. 2 1 3 5 7 7

DOCENTI

Prof.ssa Ing. Nadia Baldassino
Ing. Stefano Gasperetti

LUOGO E DATA

Trento, 09.06.2020

INDICE

1. INTRODUZIONE	6
1.1. Descrizione dell'edificio	6
1.2. Elaborati grafici: piante e sezione dell'edificio	8
1.3. Normative di riferimento.....	10
2. MATERIALI.....	11
2.1. Calcestruzzo.....	11
2.1.1. Legame costitutivo considerato agli SLU	11
2.1.2. Tensioni di riferimento agli SLE	12
2.2. Acciaio.....	12
2.2.1. Legame costitutivo considerato agli SLU	12
2.2.2. Tensioni di riferimento agli SLE	13
3. AZIONI	14
3.1. Trave	14
3.1.1. Trave: riassunto delle azioni	14
3.1.2. Trave: combinazione fondamentale	18
3.1.3. Trave: combinazione caratteristica	19
3.1.4. Trave: combinazione frequente	20
3.1.5. Trave: combinazione quasi permanente	21
3.2. Solaio	22
3.2.1. Solaio: riassunto delle azioni	22
3.2.2. Solaio: combinazione fondamentale	23
3.3. Pilastro	24
3.3.1. Pilastro: riassunto delle azioni	24
3.3.2. Pilastro: combinazione fondamentale, caratteristica, frequente, quasi permanente	25
4. TRAVE	26
4.1. Progetto e verifica a SLU di sforzo normale.....	26
4.1.1. Sezione tipo S1	26
4.1.2. Sezione tipo S2	29
4.1.3. Sezione tipo S3	32
4.1.4. Sezione tipo S4	34
4.1.5. Sezione tipo S5	37
4.1.6. Sezione tipo S6	39
4.1.7. Sezione tipo S7	41
4.1.8. Traslazione del diagramma dei momenti	44
4.1.9. Riassunto delle sezioni	44
4.1.10. Diagramma momenti agenti – momenti resistenti.....	46

4.1.11.	Disposizione armatura longitudinale.....	47
4.2.	Copriferro	48
4.3.	Interferro.....	49
4.3.1.	Verifica di spaziamento.....	49
4.4.	Lunghezze di ancoraggio.....	49
4.4.1.	Metodo di calcolo della tensione sulla barra (σ_{sd}).....	49
4.4.2.	Metodo di calcolo della lunghezza di ancoraggio (l_{bd})	51
4.4.3.	Appoggio A1: ferri inferiori	52
4.4.4.	Appoggio A7: ferri superiori	54
4.4.5.	Appoggio A3: ferri superiori $\phi 20$	57
4.4.6.	Campata 5: $\Phi 18$ inferiore	59
4.4.7.	Riassunto delle lunghezze di ancoraggio.....	62
4.4.8.	Disposizione delle armature longitudinali con ancoraggio.....	65
4.5.	Lunghezze di sovrapposizione.....	66
4.6.	Progetto e verifica a SLU di taglio.....	68
4.6.1.	Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio	68
4.6.2.	Procedimento di progetto e verifica dell'armatura a taglio.....	69
4.6.3.	Appoggio A2: progetto e verifica.....	71
4.6.4.	Calcolo tagli resistenti lungo la trave.....	73
4.6.5.	Diagramma tagli agenti – tagli resistenti	77
4.7.	Verifica a SLE di limitazione delle tensioni.....	78
4.7.1.	Sezione tipo S1	78
4.7.2.	Sezione tipo S2	79
4.7.3.	Sezione tipo S3	81
4.7.4.	Sezione tipo S4	83
4.7.5.	Sezione tipo S6	84
4.7.6.	Sezione tipo S7	86
4.7.7.	Riassunto della verifica a SLE di limitazione delle tensioni	88
4.8.	Verifica a SLE di fessurazione	89
4.8.1.	Descrizione procedimento di verifica	89
4.8.2.	Campata 5.....	90
4.8.3.	Verifica semplificata: campate	94
4.9.	Verifica a SLE di deformazione.....	94
4.9.1.	Campata 5: verifica rigorosa.....	95
4.9.2.	Campata 5: verifica semplificata.....	101
5.	SOLAIO	102
5.1.	Progetto e verifica a SLU di sforzo normale.....	102
5.1.1.	Sezione di appoggio centrale AS2.....	102

5.1.2.	Sezione di campata 1	104
5.1.3.	Sezione di campata 2	107
5.1.4.	Armatura integrativa per appoggi di estremità a momento negativo.....	109
5.1.5.	Sezione di appoggio estremo AS1.....	109
5.1.6.	Sezione di appoggio estremo AS3.....	111
5.1.7.	Armatura integrativa agli appoggi per assorbimento del taglio	113
5.1.8.	Traslazione del diagramma dei momenti	113
5.1.9.	Diagramma momenti agenti – momenti resistenti e disposizione delle armature	115
5.2.	Lunghezze di ancoraggio.....	116
5.2.1.	Metodo di calcolo della tensione sulla barra (σ_{sd}).....	116
5.2.2.	Metodo di calcolo della lunghezza di ancoraggio (l_{bd})	117
5.2.3.	Campata 1: ferri inferiori	117
5.2.4.	Campata 1: ferri superiori	118
5.2.5.	Riassunto delle lunghezze di ancoraggio.....	119
5.2.6.	Lunghezze di sovrapposizione.....	120
5.3.	Progetto e verifica a SLU taglio	120
5.3.1.	Verifiche	120
5.3.2.	Diagramma tagli agenti – tagli resistenti	124
6.	PILASTRO.....	125
6.1.	Progetto e verifica a SLU di sforzo normale.....	125
6.1.1.	Sezione P27.1	125
6.1.2.	Sezione P27.2 – (Q1)	128
6.2.	Verifica a SLU di instabilità	131
6.2.1.	Pilastro P27 con sezione P27.1	131
6.2.1.1.	P27.1: Confronto tra snellezza e snellezza limite	131
6.2.1.2.	P27.1: Metodo di verifica della curvatura nominale	133
6.2.1.3.	P27.1: Metodo di verifica della rigidezza nominale	134
6.2.1.4.	P27.1: Metodo di verifica della colonna modello.....	136
6.2.1.5.	P27.1: conclusioni sulla verifica a SLU di instabilità	140
6.2.2.	Pilastro P27 con sezione P27.2 – (Q1)	140
6.2.2.1.	P27.2: Confronto tra snellezza e snellezza limite	140
6.2.2.2.	P27.2: Metodo di verifica della curvatura nominale	141
6.2.2.3.	P27.2: Metodo di verifica della rigidezza nominale	142
6.2.2.4.	P27.2: Metodo di verifica della colonna modello.....	142
6.2.2.5.	P27.2: conclusioni sulla verifica a SLU di instabilità	144
6.2.2.6.	P27.2: curve di risposta in funzione dello sforzo normale (N)	144

1. INTRODUZIONE

La seguente relazione descriverà la progettazione e la verifica di alcuni degli elementi strutturali facenti parte della struttura portante di un edificio a 3 piani fuori terra ubicato in provincia di Trento. Si procederà in maniera conforme alle prescrizioni delle norme vigenti in ambito nazionale ed internazionale per la progettazione di un'opera strutturale in conglomerato cementizio armato. Si vuole in particolare arrivare a dettagliare il dimensionamento della geometria e la scelta dei materiali dei seguenti elementi strutturali:

- una trave a 6 campate fuori spessore di solaio (Trave P13-P18-Vano scale);
- un travetto di solaio a due campate (SO_1);
- un pilastro (P27).

Dopo una preliminare descrizione del fabbricato e la specificazione delle normative considerate nel procedimento, si descriveranno i materiali adottati, si riporteranno le azioni degli elementi strutturali considerati il cui calcolo esplicito e più dettagliato è ripercorribile nella relazione relativa al calcolo delle azioni, e si procederà successivamente con le verifiche a SLU e SLE degli elementi elencati.

1.1. Descrizione dell'edificio

L'edificio oggetto di studio è un edificio multipiano a tre piani fuori terra ed un piano interrato. È composto quindi da piano interrato, piano terra, piano primo, piano secondo e copertura. La struttura portante è costituita da un telaio in pilastri e travi in c.a. comprensiva di due blocchi controventanti disposti in corrispondenza di vano scale/ascensore. I solai sono realizzati con due differenti tecnologie costruttive comprendenti lastre tralicciate di tipo predalle e solai tradizionali in laterocemento. Queste verranno di seguito descritte nel dettaglio. Le pareti divisorie interne e le pareti di tamponamento sono realizzate in laterizio.

Il fabbricato è ubicato in Provincia di Trento ad un'altitudine pari a 577 m s.l.m.

L'edificio è adibito a negozi al piano terra, ad uffici aperti al pubblico al piano primo e a civile abitazione al piano secondo. La copertura è piana e da considerarsi come accessibile per sola manutenzione. Il piano interrato è adibito a garage. Sono presenti delle terrazze al piano primo.

Le dimensioni principali dell'edificio sono:

- 9.70 m di altezza fuori terra (3 piani fuori terra + 1 interrato);
- 28.00 m x 43.15 m dimensioni massime al piano terra;
- 950 m² di superficie coperta in pianta;
- 6300 m³ di costruito fuori terra.

Le dimensioni di massima degli elementi sono:

- luce massima delle campate delle travi: 6.15 m;
- luce massima delle campate di solaio: 6.15 m;
- luce a sbalzo massima: assenti sbalzi.

La struttura portante viene realizzata con un telaio in pilastri e travi in c.a. gettato in opera. Questa è caratterizzata da elementi aventi le seguenti caratteristiche:

- travi in c.a. in spessore di solaio (sezione: 60 cm x 25 cm);
- travi in c.a. fuori spessore di solaio (sezione: 30 cm x 50 cm);

- pilastri in c.a. (sezione: 30 cm x 30 cm);
- solai in laterocemento (spessore: 20+5 cm);
- solai in lastre tralicciate (spessore: 4+16+5 cm);
- setti in c.a. (spessore: 30 cm);
- copertura a lastra in c.a.

Si illustrano di seguito le piante e la sezione dell'edificio.

1.2. Elaborati grafici: piante e sezione dell'edificio

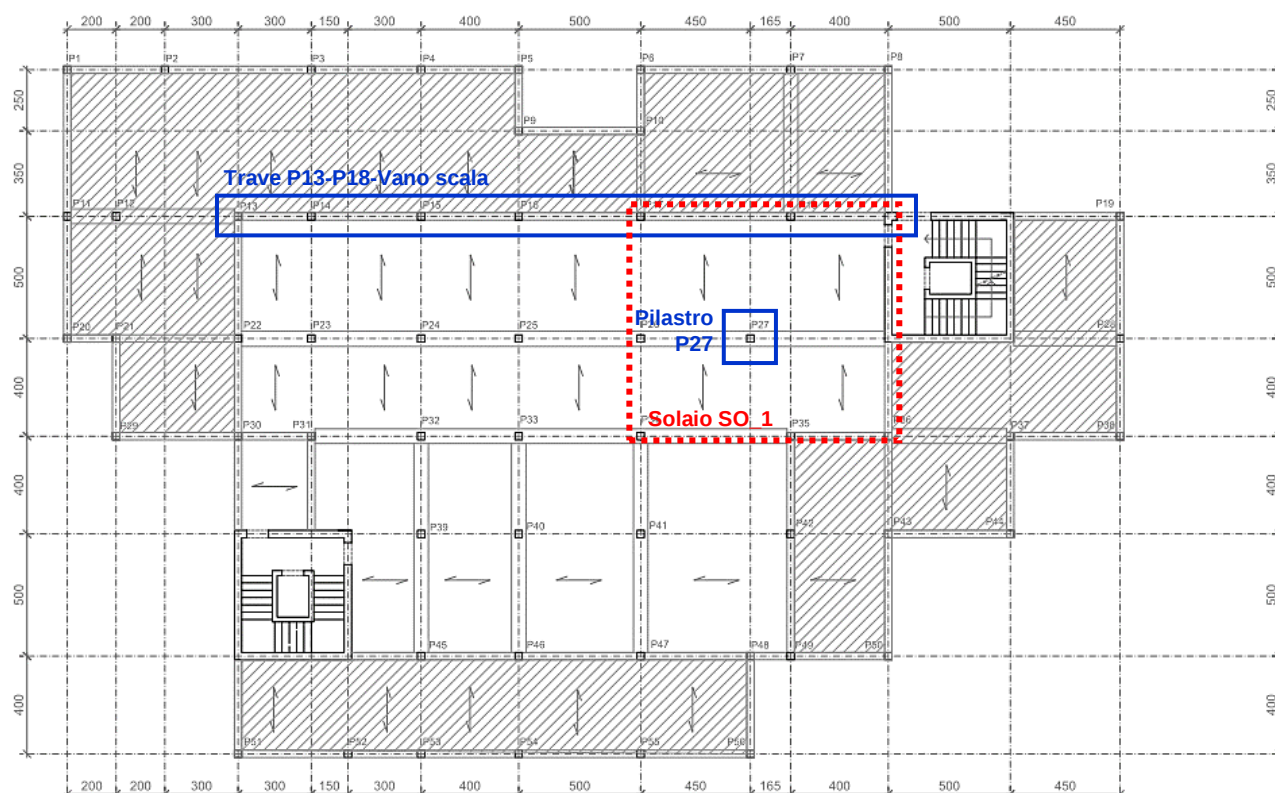
PIANO COPERTURA



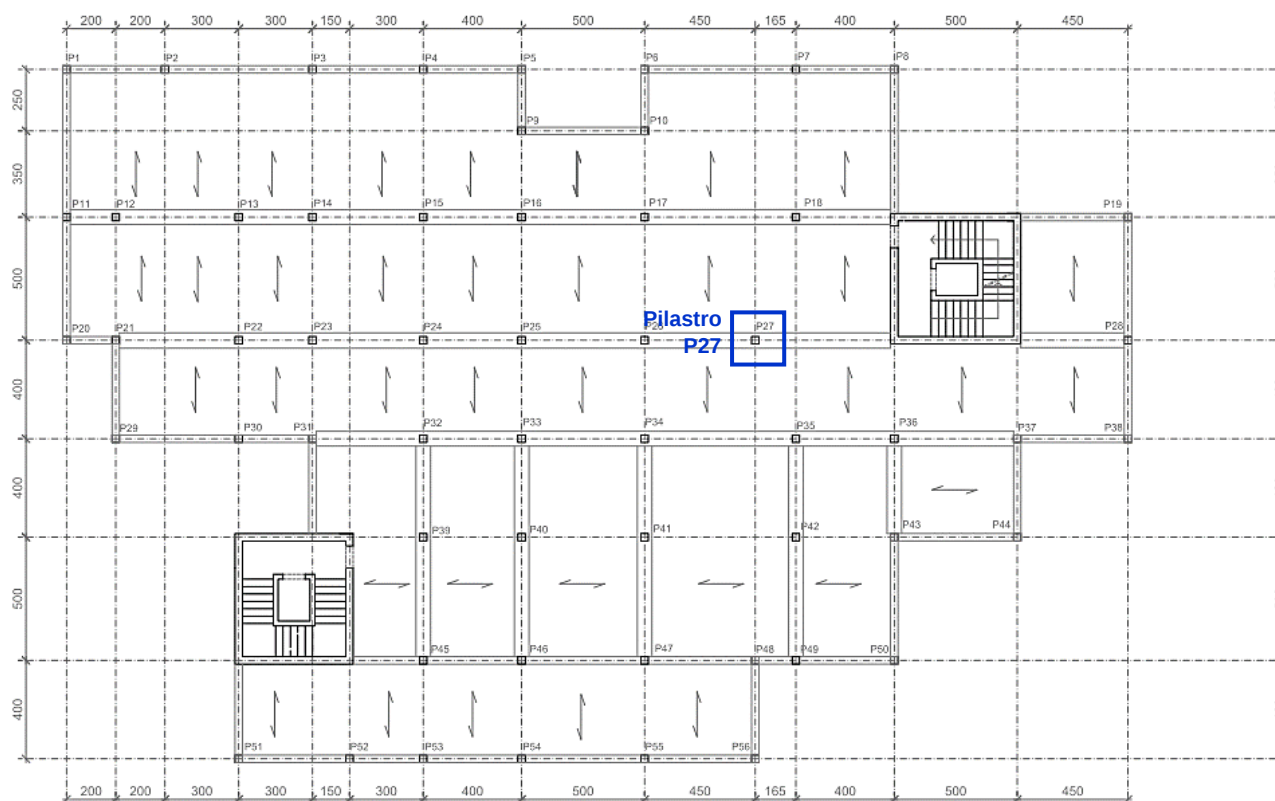
PIANO SECONDO



PIANO PRIMO

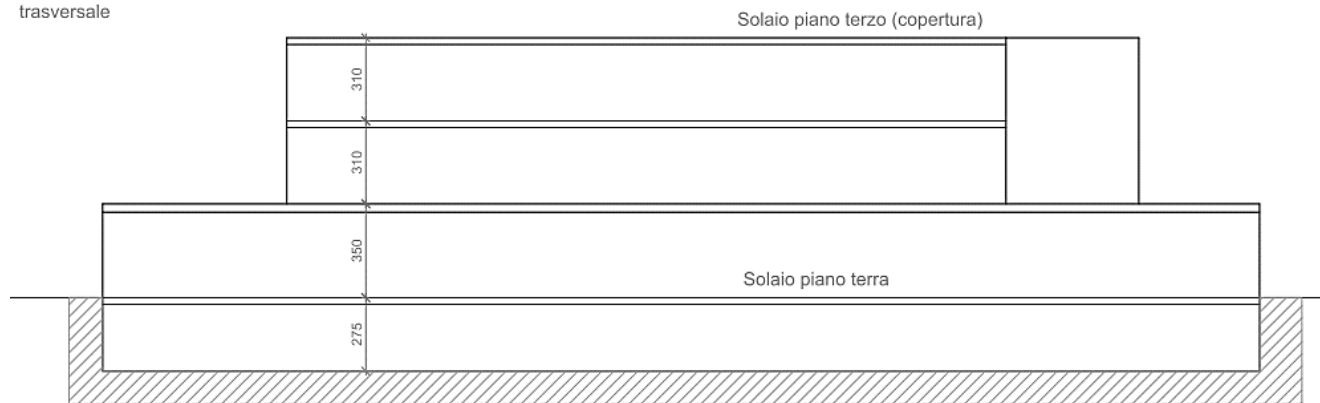


PIANO TERRA



SEZIONE

Sezione
trasversale



1.3. Normative di riferimento

Il procedimento seguito per il progetto e la verifica degli elementi è conforme alle seguenti normative:

- UNI EN 1992-1-1: 2004 (E) - (Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings);
- Annesso nazionale.

2. MATERIALI

Di seguito verranno descritte le caratteristiche dei materiali adottati per la progettazione e la verifica delle parti strutturali oggetto di studio. Si introdurranno i parametri a cui si farà riferimento durante il procedimento di calcolo.

2.1. Calcestruzzo

Viene adottato un calcestruzzo C30/37. Se ne riportano di seguito le caratteristiche meccaniche e geometriche:

- $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ (Resistenza caratteristica cilindrica a compressione);
- $R_{ck} = 37 \text{ MPa}$ (Resistenza caratteristica cubica a compressione);
- $f_{cm} = 38 \text{ MPa}$ (Resistenza media a compressione a 28 giorni);
- $\gamma_c = 1.5$ (Coefficiente parziale di sicurezza del calcestruzzo);
- $\alpha_{cc} = 0.85$ (Coefficiente riduttivo per le resistenze di lunga durata da National Annex);
- $E_{cm} = 22000[f_{cm}/10]^{0.3} = 32836.6 \text{ MPa}$ (Modulo di elasticità medio);
- $f_{ctm} = 0.3f_{ck}^{2/3} = 2.90 \text{ MPa}$ (Resistenza media a trazione);
- $f_{ctk} = 0.7f_{ctm} = 2.03 \text{ MPa}$ (Resistenza caratteristica a trazione);
- $f_{ctd} = f_{ctk}/\gamma_c = 1.35 \text{ MPa}$ (Resistenza di progetto a trazione);
- $f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot f_{ck}/\gamma_c = 17.00 \text{ MPa}$ (Resistenza a compressione di progetto).
- $d_g = 20 \text{ mm}$ (Diametro massimo dell'inerte)

Si farà riferimento ad una classe di esposizione XC1 (Ambienti secchi o permanentemente bagnati).

2.1.1. Legame costitutivo considerato agli SLU

Per le verifiche ed il progetto agli SLU si considera un legame costitutivo esponenziale-rettangolo per uno stato di compressione. Per lo stato di trazione il calcestruzzo è assunto come non collaborante. Il legame costitutivo per classi di calcestruzzo $\leq C50/60$ è più specificatamente un legame parabola-rettangolo e ha le seguenti caratteristiche:

$$\sigma_c = f_{cd} \cdot [1 - (1 - \epsilon_c/\epsilon_{c2})^n] \quad \text{per } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

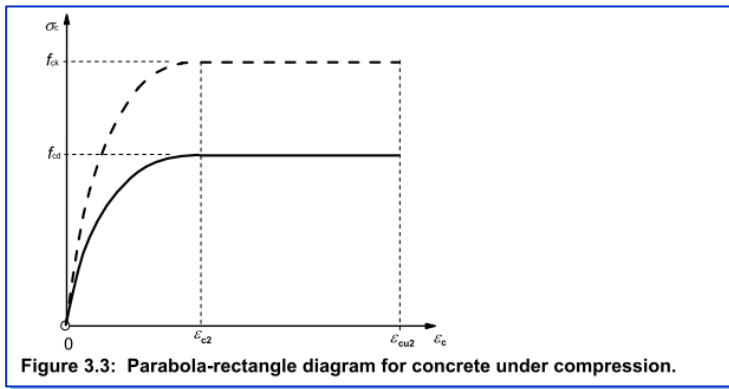
$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{per } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$$

$$n = 2$$

dove le deformazioni sono da intendersi di compressione. I parametri di deformazione relativi al legame costitutivo considerato sono i seguenti:

- $\epsilon_{cu2} = \epsilon_{cu} = 0.35\%$
- $\epsilon_{c2} = 0.20\%$

Si riporta il legame costitutivo preso in considerazione:



2.1.2. Tensioni di riferimento agli SLE

Le tensioni a cui si farà riferimento per lo SLE di limitazione delle tensioni e le ulteriori verifiche a SLE saranno i seguenti valori:

- $\sigma_{c,MAX,CHAR} = 0.60 \cdot f_{ck} = 18.00 MPa$ Combinazione caratteristica - SLE;
- $\sigma_{c,MAX,QP} = 0.45 \cdot f_{ck} = 13.5 MPa$ Combinazione quasi permanente - SLE.

2.2. Acciaio

Per le barre di armatura longitudinale e trasversale viene impiegato l'acciaio B450C le cui caratteristiche meccaniche sono le seguenti:

- $f_{yk} = 450 MPa$ (Resistenza caratteristica di snervamento);
- $\gamma_s = 1.15$ (Coefficiente parziale di sicurezza relativo all'acciaio);
- $E_s = 200000 MPa$ (Modulo di elasticità);
- $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 391.3 MPa$ (Resistenza di snervamento di progetto).

2.2.1. Legame costitutivo considerato agli SLU

Si considera un legame elastico-perfettamente plastico con limite di deformazione di snervamento pari a:

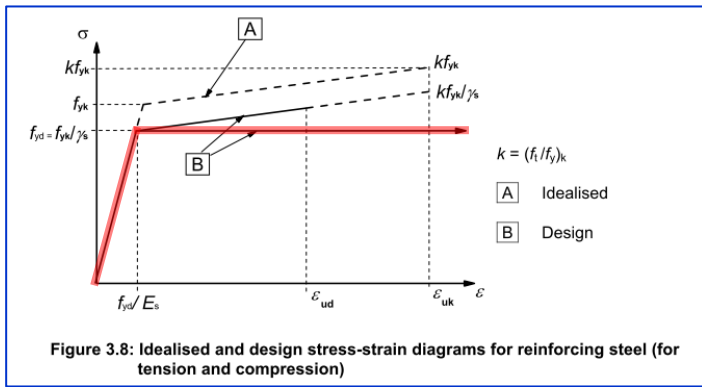
$$\epsilon_{yd} = \epsilon_{se} = f_{yd}/E_s = 0.001957;$$

Le tensioni si potranno calcolare come segue:

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

$$\sigma_s = f_{yd} \cdot \text{sign}(\epsilon_s) \quad \text{per } |\epsilon_s| \geq \epsilon_{yd}$$

dove ϵ_s rappresenta la deformazione dell'acciaio. Si specificheranno nei calcoli le convenzioni di segno per tensione e compressione. L'acciaio è da considerarsi come isotropo. Si riporta di seguito la rappresentazione grafica del legame costitutivo considerato:



Per tenere in conto di potenziale perdita di aderenza tra acciaio e calcestruzzo per grosse deformazioni viene limitata superiormente la deformazione massima dell'acciaio nonostante le normative di riferimento non forniscano questo limite. Come valore si assume:

$$\epsilon_{su} = 1.0\%;$$

2.2.2. Tensioni di riferimento agli SLE

Le tensioni limite considerate in esercizio (SLE) sono:

- $\sigma_{s,MAX,CHAR} = 0.8 \cdot f_{yk} = 360 \text{ MPa}$ Combinazione caratteristica - SLE.

3. AZIONI

Si presenteranno di seguito le azioni che sollecitano gli elementi strutturali studiati. Queste verranno impiegate e richiamate nei calcoli a seguire. Le azioni sono state ricavate con un'analisi lineare. Si riporteranno gli andamenti in forma grafica e si riassumeranno le azioni notevoli (massime e minime locali e di estremità) in forma tabellare. Per una più approfondita documentazione in merito si rimanda alla relazione sul calcolo delle azioni (relativa all'esercitazione di Sicurezza Strutturale)

3.1. Trave

3.1.1. Trave: riassunto delle azioni

COMBINAZIONE FONDAMENTALE

MOMENTO	M_{Ed+} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]	M_{Ed-} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
Campata 1	120.41	1.30	1.30			
App. 2				-242.72	3.00	0.00
Campata 2	192.52	5.30	2.30	-0.99		
App. 3				-267.58	7.50	0.00
Campata 3	159.30	9.60	2.10	-53.83		
App. 4				-241.98	11.50	0.00
Campata 4	168.17	13.90	2.40	-23.67		
App. 5				-282.52	16.50	0.00
Campata 5	183.59	19.50	3.00			
App. 6				-230.11	22.65	0.00
Campata 6	60.53	24.55	1.90			
App. 7				-119.83	26.65	4.00

COMBINAZIONE FONDAMENTALE

TAGLIO	V_{Ed} [kN]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1 - DX	186.54	0.00	0.00
App. 2 - SX	-297.64	3.00	3.00
App. 2 - DX	348.11	3.00	0.00
App. 3 - SX	-349.05	7.50	4.50
App. 3 - DX	334.90	7.50	0.00
App. 4 - SX	-321.00	11.50	4.00
App. 4 - DX	279.15	11.50	0.00
App. 5 - SX	-296.41	16.50	5.00
App. 5 - DX	262.90	16.50	0.00
App. 6 - SX	-254.42	22.65	6.15
App. 6 - DX	205.82	22.65	0.00
App. 7 - SX	-169.56	26.65	4.00

COMBINAZIONE CARATTERISTICA

MOMENTO	M_{Ed+} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]	M_{Ed-} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
Campata 1	72.14	1.20	1.20			
App. 2				-161.40	3.00	0.00
Campata 2	122.26	5.30	2.30			
App. 3				-174.79	7.50	0.00
Campata 3	91.69	9.50	2.00	-8.59		
App. 4				-152.74	11.50	0.00
Campata 4	99.87	13.90	2.40			
App. 5				-189.24	16.50	0.00
Campata 5	117.37	19.60	3.10			
App. 6				-152.06	22.65	0.00
Campata 6	32.44	24.75	2.10			
App. 7				-64.00	26.65	4.00

COMBINAZIONE CARATTERISTICA

TAGLIO	V_{Ed} [kN]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1 - DX	119.78	0.00	0.00
App. 2 - SX	-202.95	3.00	3.00
App. 2 - DX	234.14	3.00	0.00
App. 3 - SX	-235.50	7.50	4.50
App. 3 - DX	221.51	7.50	0.00
App. 4 - SX	-211.49	11.50	4.00
App. 4 - DX	183.50	11.50	0.00
App. 5 - SX	-200.17	16.50	5.00
App. 5 - DX	179.46	16.50	0.00
App. 6 - SX	-171.38	22.65	6.15
App. 6 - DX	139.70	22.65	0.00
App.7 - SX	-103.12	26.65	4.00

COMBINAZIONE FREQUENTE

MOMENTO	M_{Ed+} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]	M_{Ed-} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
Campata 1	38.09	1.10	1.10			
App. 2				-100.50	3.00	0.00
Campata 2	71.07	5.30	2.30			
App. 3				-106.25	7.50	0.00
Campata 3	45.11	9.50	2.00			
App. 4				-96.29	11.50	0.00
Campata 4	61.95	13.80	2.30			
App. 5				-140.05	16.50	0.00
Campata 5	85.81	19.60	3.10			
App. 6				-114.24	22.65	0.00

Campata 6	21.69	24.95	2.30			
App. 7				-38.85	26.65	4.00

COMBINAZIONE FREQUENTE

TAGLIO	V_{Ed} [kN]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1 - DX	70.15	0.00	0.00
App. 2 - SX	-130.39	3.00	3.00
App. 2 - DX	147.91	3.00	0.00
App. 3 - SX	-149.08	7.50	4.50
App. 3 - DX	137.23	7.50	0.00
App. 4 - SX	-131.87	11.50	4.00
App. 4 - DX	127.42	11.50	0.00
App. 5 - SX	-145.20	16.50	5.00
App. 5 - DX	138.18	16.50	0.00
App. 6 - SX	-131.08	22.65	6.15
App. 6 - DX	107.58	22.65	0.00
App.7 - SX	-72.30	26.65	4.00

COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE

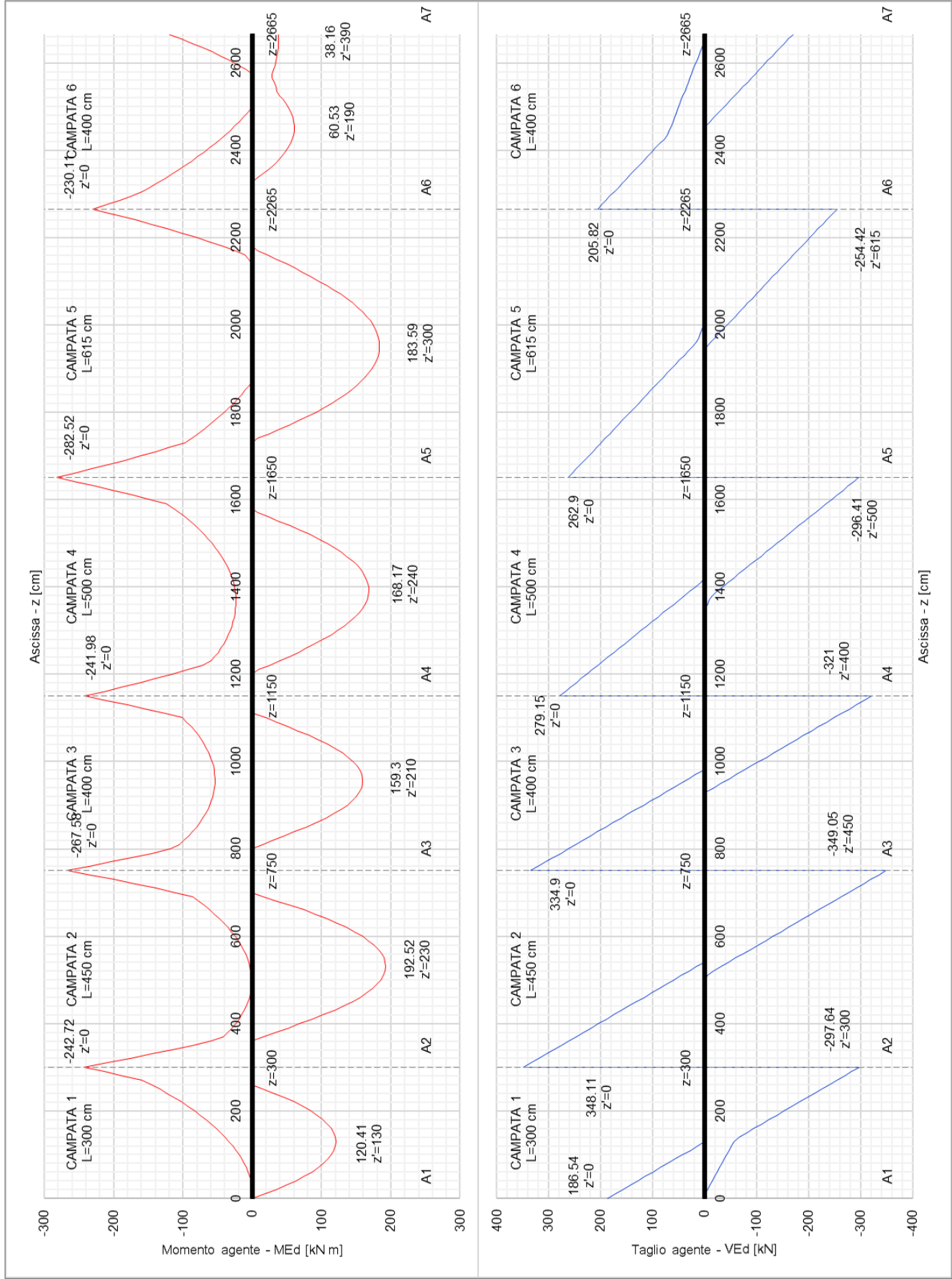
MOMENTO	M_{Ed+} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]	M_{Ed-} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
Campata 1	31.83	1.00	1.00			
App. 2				-88.93	3.00	0.00
Campata 2	61.28	5.30	2.30			
App. 3				-93.42	7.50	0.00
Campata 3	36.38	9.50	2.00			
App. 4				-83.51	11.50	0.00
Campata 4	52.27	13.80	2.30			
App. 5				-128.97	16.50	0.00
Campata 5	79.75	19.60	3.10			
App. 6				-106.98	22.65	0.00
Campata 6	19.82	25.05	2.40			
App. 7				-33.74	26.65	4.00

COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE

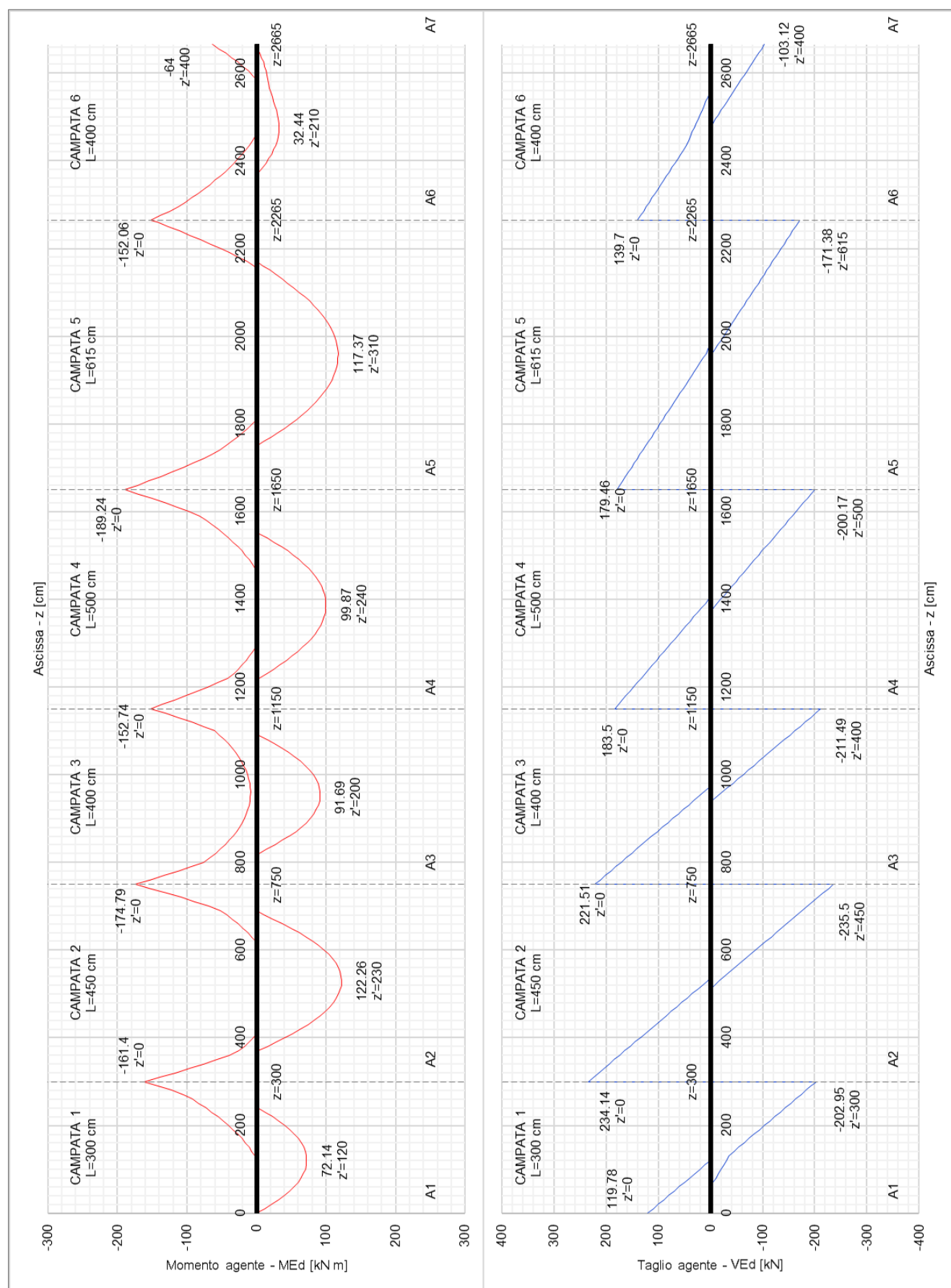
TAGLIO	V_{Ed} [kN]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1 - DX	60.86	0.00	0.00
App. 2 - SX	-116.75	3.00	3.00
App. 2 - DX	131.61	3.00	0.00
App. 3 - SX	-132.90	7.50	4.50
App. 3 - DX	121.44	7.50	0.00
App. 4 - SX	-116.28	11.50	4.00
App. 4 - DX	113.12	11.50	0.00

App. 5 - SX	-131.27	16.50	5.00
App. 5 - DX	129.89	16.50	0.00
App. 6 - SX	-123.34	22.65	6.15
App. 6 - DX	101.41	22.65	0.00
App.7 - SX	-66.17	26.65	4.00

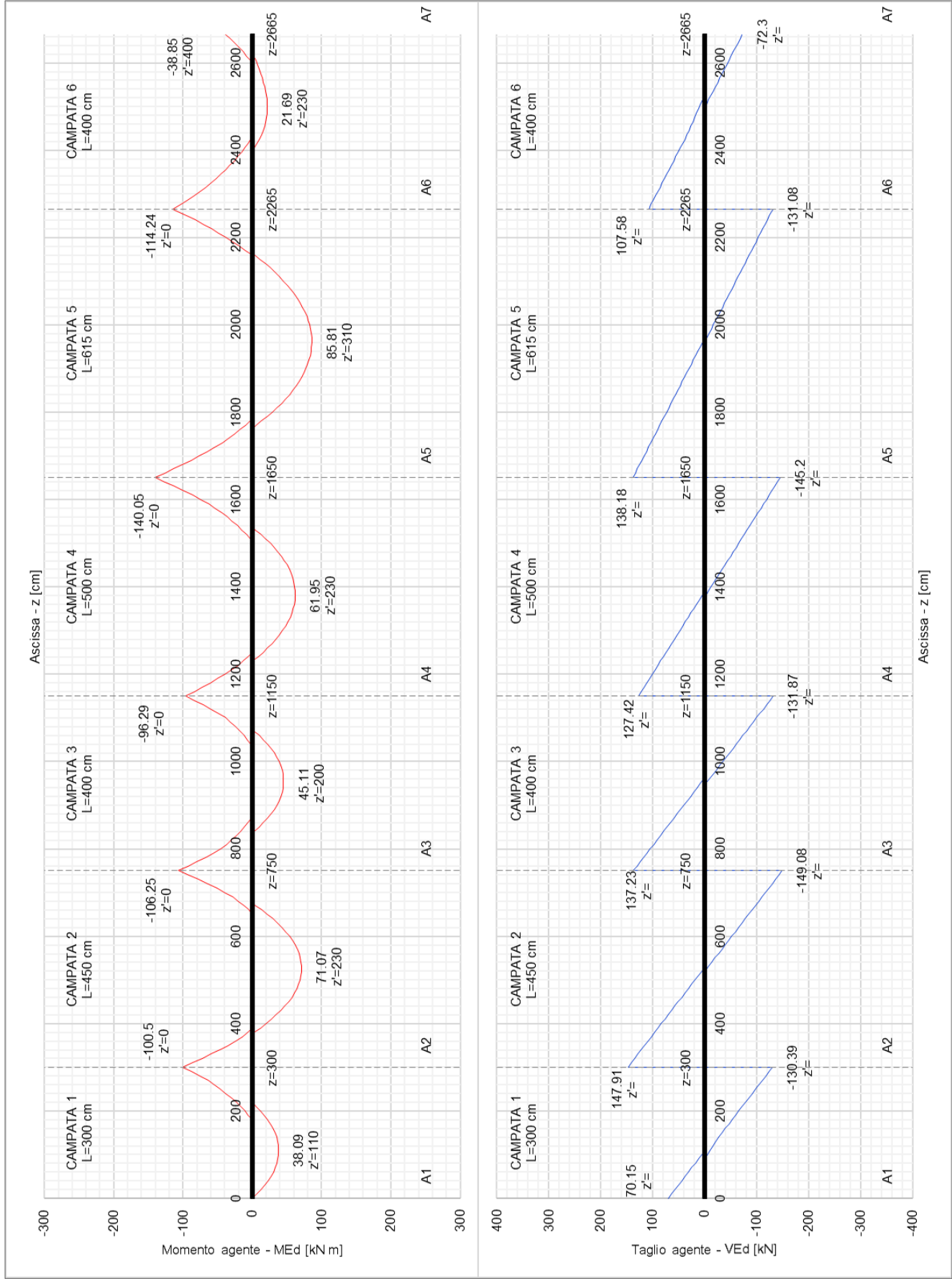
3.1.2. Trave: combinazione fondamentale



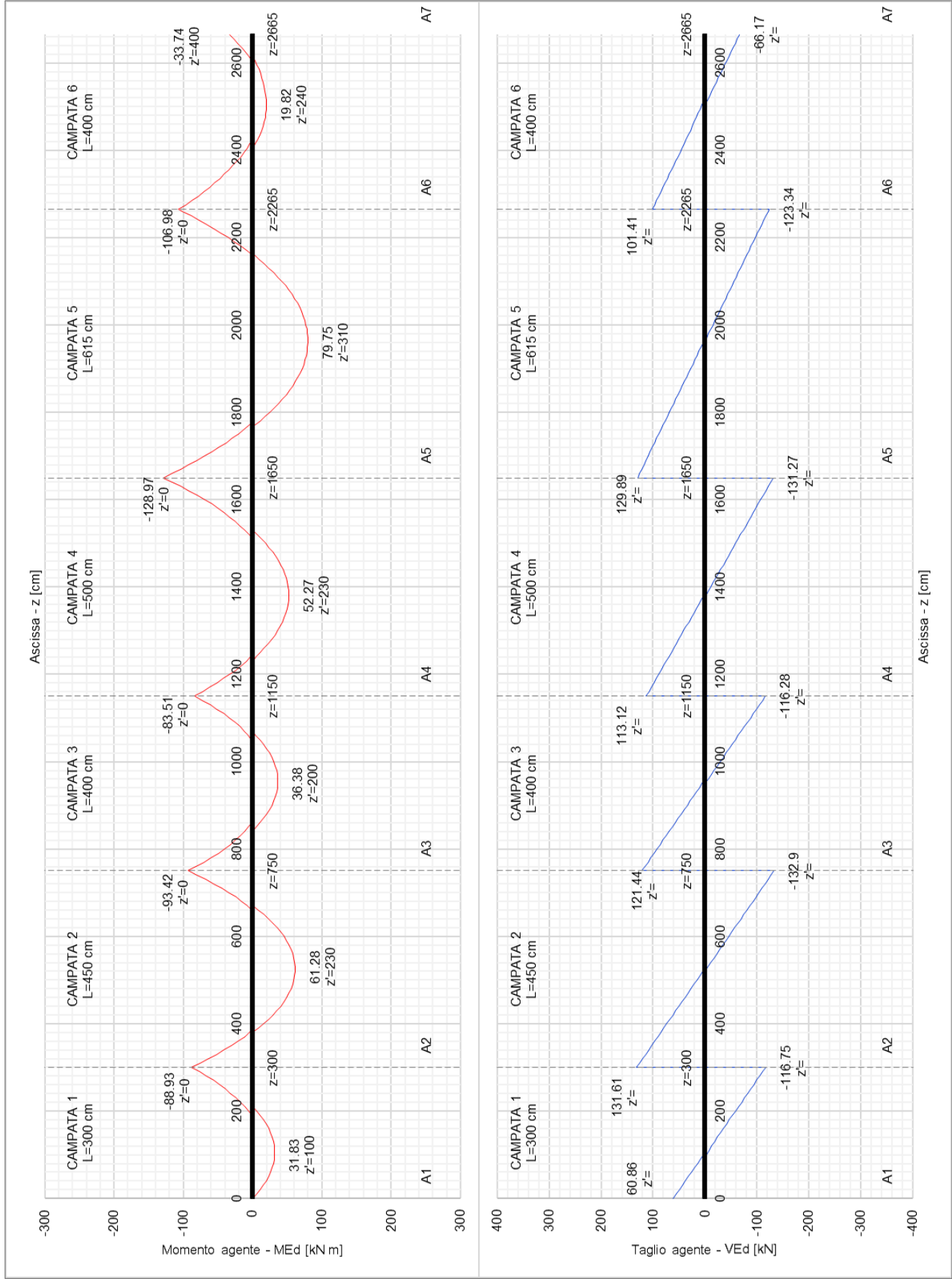
3.1.3. Trave: combinazione caratteristica



3.1.4. Trave: combinazione frequente



3.1.5. Trave: combinazione quasi permanente



3.2. Solaio

3.2.1. Solaio: riassunto delle azioni

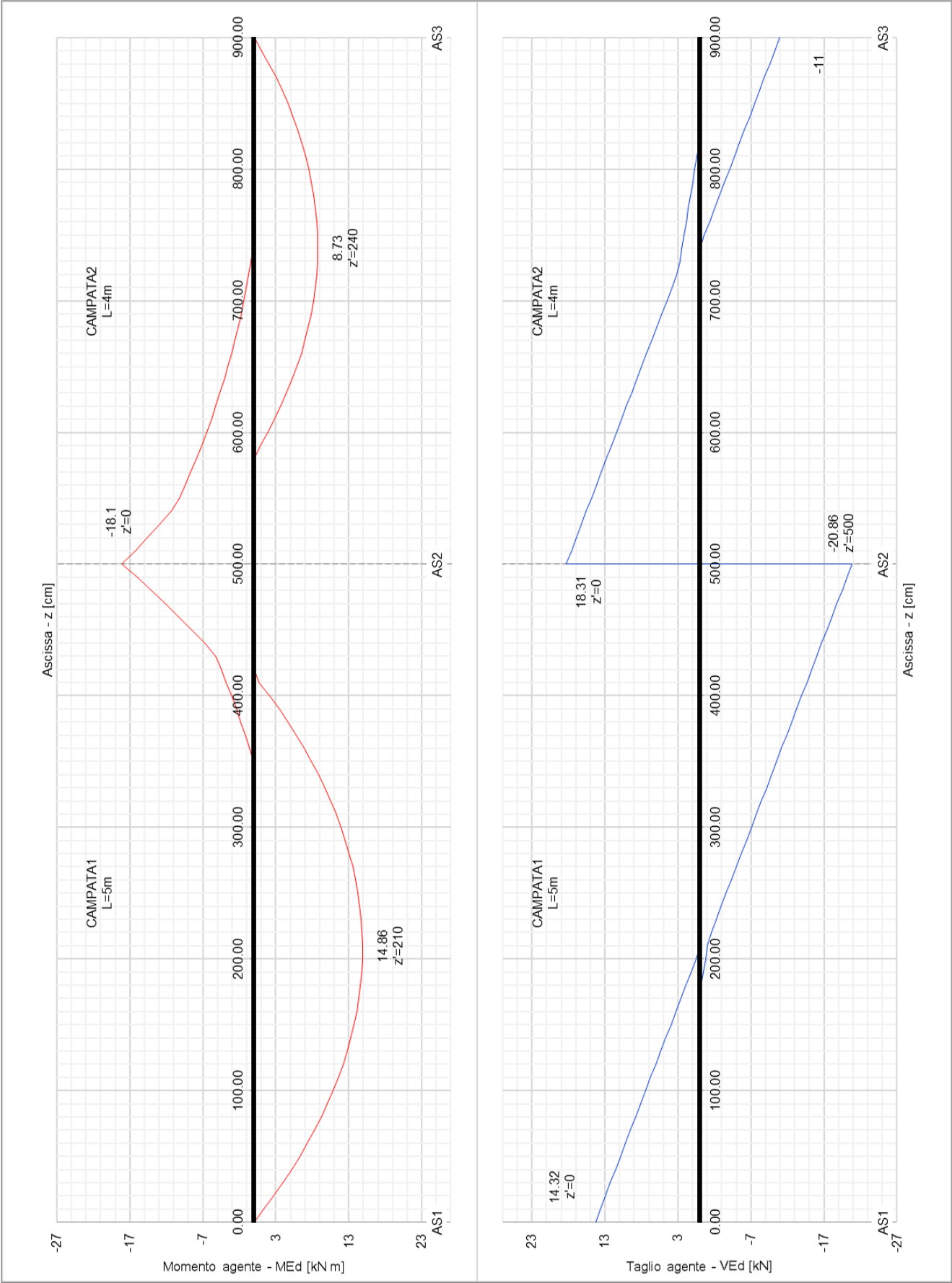
COMBINAZIONE FONDAMENTALE

MOMENTO	M_{Ed+} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]	M_{Ed-} [kN m]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1				0.00	0.00	0.00
Campata 1	14.86	2.10	2.10			
App. 2				-18.10	5.00	0.00
Campata 2	8.73	7.40	2.40			
App. 3				0.00	9.00	4.00

COMBINAZIONE FONDAMENTALE

TAGLIO	V_{Ed} [kN]	Coord. assoluta z [m]	Coord. relativa z' [m]
App. 1 - DX	14.32	0.00	0.00
App. 2 - SX	-20.86	5.00	0.00
App. 2 - DX	18.31	0.00	0.00
App. 3 - SX	-11.00	9.00	4.00

3.2.2. Solaio: combinazione fondamentale



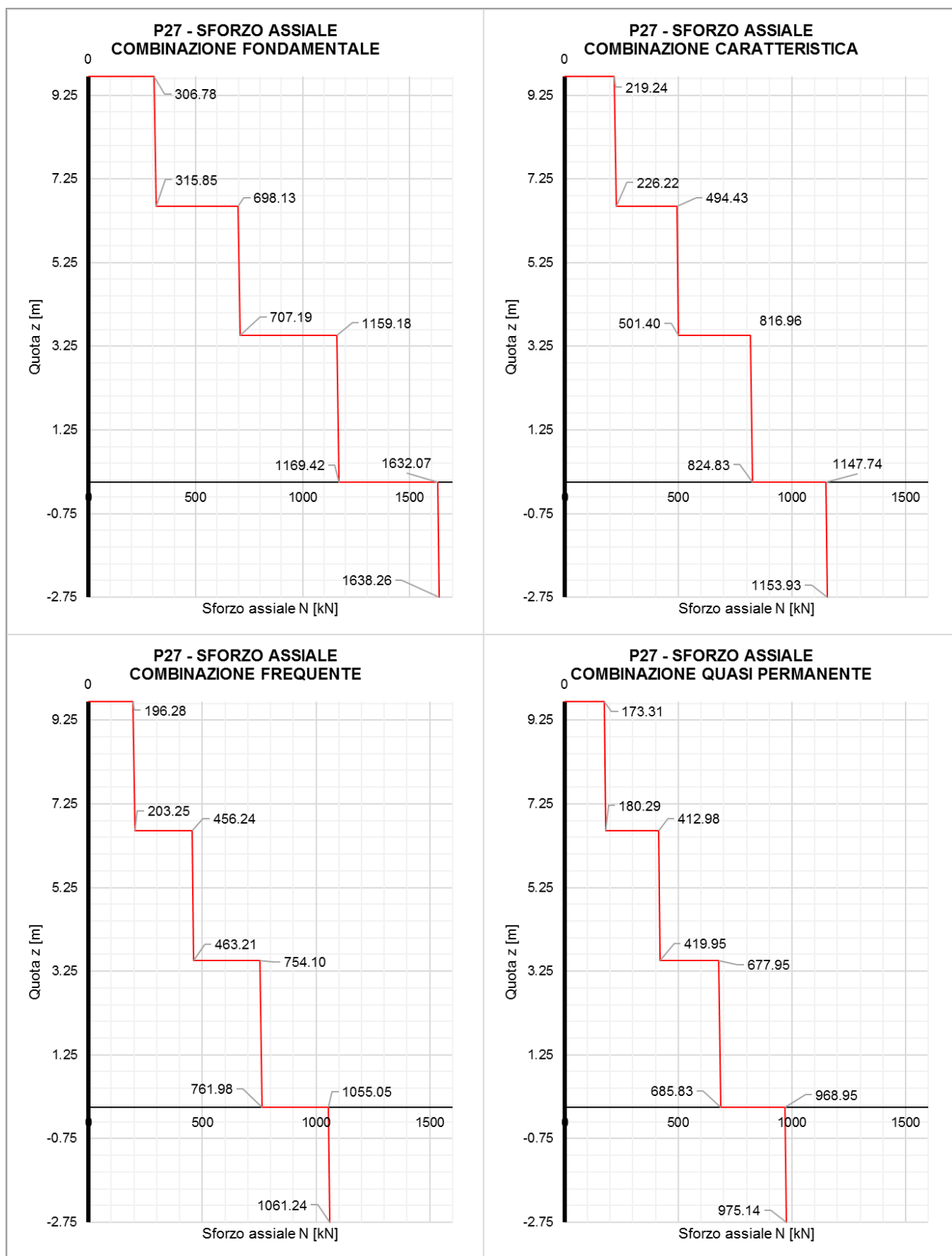
3.3. Pilastro

Le azioni di seguito descritte si riferiscono al pilastro P27.

3.3.1. Pilastro: riassunto delle azioni

SFORZO ASSIALE					
Piano	Quota z [m]	SFORZO ASSIALE - N_{Ed} [kN]			
		COMBINAZIONE FONDAMENTALE	COMBINAZIONE CARATTERISTICA	COMBINAZIONE FREQUENTE	COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE
Copertura	9.70	306.78	219.24	196.28	173.31
Piano secondo (+)	6.60	315.85	226.22	203.25	180.29
Piano secondo (-)	6.60	698.13	494.43	456.24	412.98
Piano primo (+)	3.50	707.19	501.40	463.21	419.95
Piano primo (-)	3.50	1159.18	816.96	754.10	677.95
Piano terra (+)	0.00	1169.42	824.83	761.98	685.83
Piano terra (-)	0.00	1632.07	1147.74	1055.05	968.95
Piano interrato (+)	-2.75	1638.26	1153.93	1061.24	975.14

3.3.2. Pilastro: combinazione fondamentale, caratteristica, frequente, quasi permanente



4. TRAVE

4.1. Progetto e verifica a SLU di sforzo normale

Nella presente sezione si procederà come punto di partenza con il progetto a SLU di sforzo normale della sezione maggiormente sollecitata. Dato che si sta considerando una trave fuori spessore di solaio si dovrà porre come nota la larghezza dell'elemento strutturale (identificata come la larghezza del pilastro all'appoggio) e procedere con la determinazione delle altre dimensioni geometriche. Identificata la "scatola" della sezione assunta come costante lungo tutta la trave si dovranno dimensionare e posizionare le armature sulle rimanenti sezioni della trave con particolare attenzione a quelle di campata e di appoggio. Verranno identificate delle "sezioni tipo" a cui si farà riferimento nella relazione di calcolo e che verranno riassunte a fine capitolo. Ad ogni sezione sarà associata la relativa verifica a SLU di sforzo normale. Si procederà infine con la traslazione del diagramma dei momenti e con la sovrapposizione tra diagramma dei momenti agenti e momenti resistenti. Quest'ultimo diagramma mostrerà come la verifica a SLU di sforzo normale sia verificata per ogni sezione lungo la trave. Si mostrerà anche la disposizione dei ferri al netto della lunghezza di sovrapposizione e della lunghezza di ancoraggio.

4.1.1. Sezione tipo S1

Si prende in considerazione la sezione maggiormente sollecitata a momento flettente. In base a questa viene determinata, fissata la base della sezione uguale alla dimensione del pilastro, l'altezza utile d e di conseguenza l'altezza h della sezione. Per le altre sezioni della trave si considererà la forma della sezione come nota a priori.

Si procede di seguito con il progetto della sezione S1. Si considerano come dati la dimensione di base b della sezione, le dimensioni del copriferro d'' , ed i parametri relativi ai materiali ϵ_{cu} , ϵ_{c2} , ϵ_{su} , ϵ_{se} , f_{cd} , f_{yd} . È nota inoltre l'azione nel nodo considerato M_{Ed} . Sono incogniti e da determinare i parametri d , d' , A_s , A'_s .

Si riassumono di seguito i dati:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm};$$

$$M_{Ed} = 282.5 \text{ kNm}; \quad (\text{Nota: la sezione è soggetta a momento negativo. I calcoli verranno effettuati come se fosse soggetta a momento positivo considerando la sezione ribaltata})$$

Viene ipotizzata una deformata di riferimento tale per cui si abbiano i materiali all'armatura tesa e al lembo estremo del calcestruzzo sfruttati al massimo. La corrispondente retta limite nel diagramma di deformazione sarà quindi quella che delimita campo (2) da campo (3). Si avrà di conseguenza una x nota.

$$\epsilon_c = \epsilon_{cu}; \quad \epsilon_s = \epsilon_{su}; \quad x = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{su}} d = \frac{0.0035}{0.0035 + 0.010} d = 0.2593 d; \quad \xi = 0.2593$$

Relativamente a tale deformata vi sarà associato un andamento degli sforzi nel calcestruzzo compresso in accordo con il legame costitutivo precedentemente descritto. A questa deformata sarà associato un comportamento parabola-rettangolo totalmente sviluppato lungo l'altezza x a cui corrispondono i valori dei coefficienti di omogeneizzazione:

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Per congruenza si ottiene la deformata dell'acciaio compresso e la relativa tensione:

$$\epsilon'_s = \frac{x-d'}{x} \epsilon_{cu}; \quad (\epsilon'_s > 0 \text{ per compressione})$$

$$\sigma'_s = E_s \epsilon'_s \quad \text{per } \epsilon'_s < \epsilon_{se};$$

$$\sigma'_s = f_{yd} \quad \text{per } \epsilon'_s \geq \epsilon_{se};$$

Dall'equazione a traslazione sulla sezione considerata si scrive:

$$C_c - C_s + T_s = 0 \quad (\text{Equilibrio a traslazione})$$

$$\psi x b f_{cd} + A'_s \sigma'_s - A_s f_{yd} = 0$$

Si introduce il legame $x(d)$ ottenuto in precedenza e si ipotizza A'_s in fase plastica. Si adotta inoltre $\beta = A'_s/A_s = 0.30$:

L'equazione di equilibrio a traslazione diventa:

$$\psi \cdot b \cdot 0.2593 \cdot d \cdot f_{cd} + \beta A_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0;$$

dalla quale è esplicitabile d in funzione di A_s :

$$d = \frac{(A_s - \beta A_s)}{\psi \cdot 0.2593 \cdot b} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{cd}};$$

Si sfrutta l'equazione di equilibrio a rotazione attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che $N_{Ed} = 0$ e che quindi l'equilibrio può essere fatto attorno ad ogni polo senza tenere conto del termine legato allo sforzo normale:

$$C_c \cdot (d - \lambda \cdot 0.2593) + C_s \cdot (d - d'') = M_{Ed}; \quad (\text{Equilibrio a rotazione})$$

$$\psi \cdot 0.2593 \cdot d f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot 0.2593 \cdot d) + \beta A_s f_{yd} (d - d'') = M_{Ed};$$

Inserendo la relazione $d(A_s)$ è possibile esplicitare A_s ricavando la coppia di soluzioni:

$$A_{s,I} = -1721.8 \text{ mm}^2; \quad A_{s,II} = 1772.6 \text{ mm}^2;$$

$$d_I = -440.6 \text{ mm}; \quad d_{II} = 453.5 \text{ mm};$$

Di cui si considera solo quella con significato fisico $A_{s,II}, d_{II}$. Si assume:

$$d = 460 \text{ mm};$$

Di conseguenza a questa scelta per avere materiali sfruttati al massimo si dovrà avere per equilibrio a traslazione:

$$A_s = 1772.6 \text{ mm}^2; \quad A'_s = \beta A_s = 531.8 \text{ mm}^2$$

Si sceglie di disporre le armature in zona tesa su due differenti livelli. Si inserisce:

$$A_s = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1901 \text{ mm}^2; \quad A_{s,1} = 5\phi 18 = 1272 \text{ mm}^2; \quad A_{s,2} = 2\phi 20 = 628 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

Si considera una spaziatura in verticale tra di esse pari a i (interferro) il cui calcolo viene presentato nella sezione seguente dedicata al calcolo e verifica di spaziamento. Il posizionamento viene individuato rispetto al lembo superiore come segue:

$$d_1 = 460 \text{ mm}; \quad d_2 = 460 \text{ mm} - (i + 20/2 + 18/2) = 416 \text{ mm} \rightarrow 415 \text{ mm}$$

L'altezza utile viene calcolata come baricentro delle resistenze dell'armatura tesa rispetto al lembo superiore:

$$d = (A_{s,1} d_1 + A_{s,2} d_2) / (A_{s,1} + A_{s,2}) = 445 \text{ mm};$$

Si procede ora verificando in quale campo ci si trova e se siano valide le ipotesi precedentemente assunte di acciaio compresso snervato.

Si esplicita x dall'equilibrio a traslazione:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 132.03 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.2967 > 0.2593$$

Ci si trova in campo (3). Rimane quindi lo stesso valore dei coefficienti di omogeneizzazione assunto in fase di progetto e pari a:

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

È possibile calcolare la deformazione sulle armature come:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cu} \cdot (d - x)/x = 0.00831 > \epsilon_{se} = 0.00196;$$

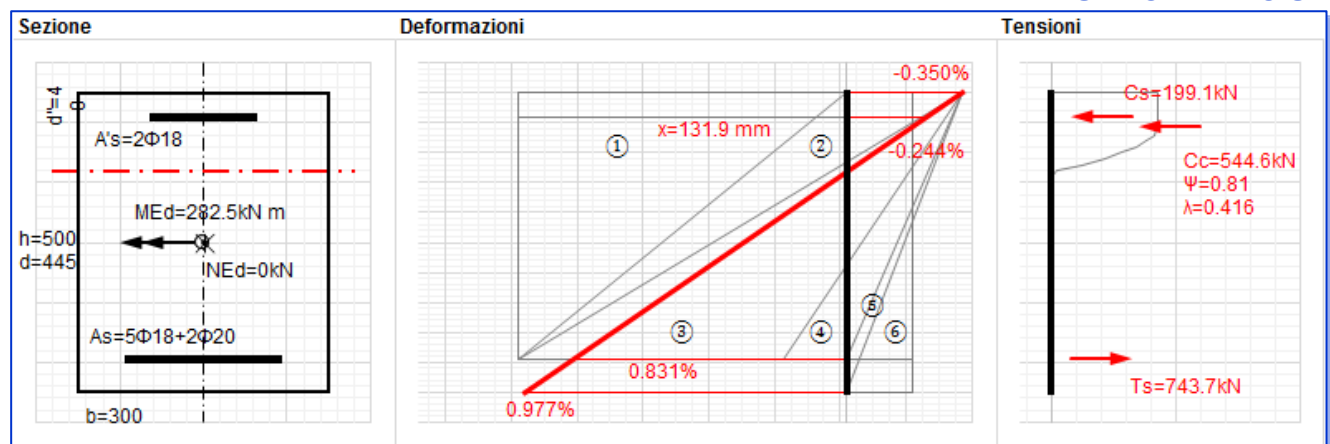
$$\epsilon'_s = \epsilon_{cu} \cdot (x - d'')/x = 0.00244 > \epsilon_{se} = 0.00196;$$

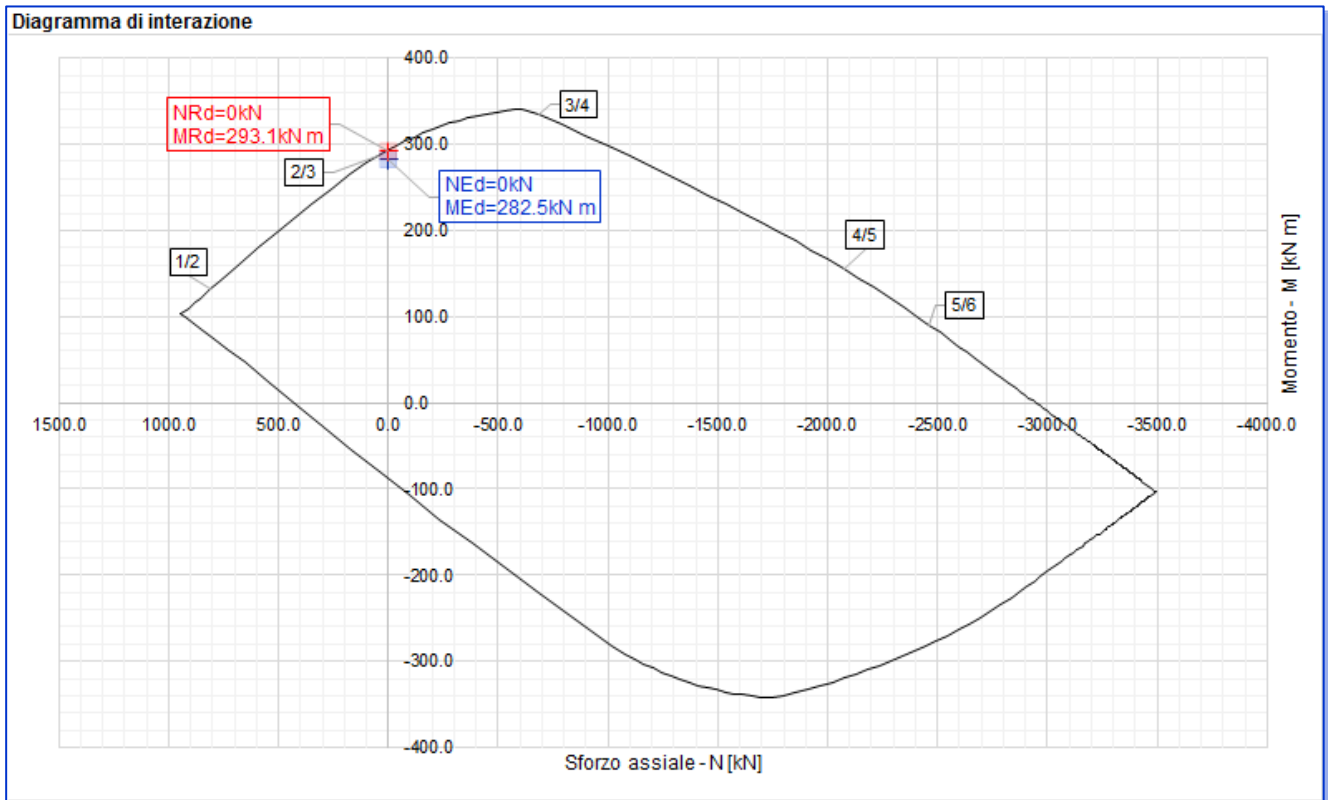
Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla:

$$M_{Rd} = b d \psi x \cdot (d - \lambda x) + A'_s f_{yd} \cdot (d - d'') = 293.1 \text{ kNm} > M_{Ed} = 282.5 \text{ kNm}$$

La verifica risulta essere soddisfatta. Si illustrano i diagrammi di deformazione ultima e di interazione della sezione:

SEZIONE TIPO S1





Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 223.7 \text{ mm}^2;$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.2. Sezione tipo S2

Nella presente sezione come nelle rimanenti il progetto risulta essere condizionato in quanto base e altezza della sezione sono già state definite nel progetto della sezione tipo S1 che risulta essere quella maggiormente sollecitata a momento negativo. La sezione tipo S2 viene adottata nelle campate in cui il momento critico risulta essere quello positivo.

Per il progetto si prende in considerazione la campata a massimo momento positivo (Campata 2) che ha:

$$M_{Ed} = 192.52 \text{ kNm};$$

Sono noti i valori:

$$d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad b = 300 \text{ mm};$$

Sono da determinare i quantitativi di armature A_s e A'_s . Si sfruttano le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione ipotizzando che ci si trovi al limite tra campo (2) e campo (3) con armatura compressa snervata:

$$\psi \cdot b \cdot 0.2593 \cdot d \cdot f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0;$$

$$\psi \cdot b \cdot 0.2593 \cdot d \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot 0.2593 \cdot d) + A'_s f_{yd} (d - d'') = M_{Ed};$$

in queste espressioni i valori dei coefficienti di omogeneizzazione sono:

$$\psi = 0.80952 \quad \lambda = 0.416$$

In questo sistema di equazioni le uniche incognite sono i quantitativi di armatura che vengono calcolati e risultano:

$$A_s = 1254.39 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = -4.10 \text{ mm}^2;$$

Verranno disposti:

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 = 1270 \text{ mm}^2;$$

Si procede con la verifica delle ipotesi assunte e con il calcolo del momento resistente. Dall'equazione di equilibrio a traslazione si determina lo stato deformativo limite ultimo:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 72.2 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.157 < 0.2593$$

Non è verificata l'ipotesi di campo 3. Ci si trova in campo 2. Si ipotizza di essere in campo (2a) che implica armatura compressa in fase elastica. Si ipotizza inoltre di essere in uno stato deformativo tale per cui si abbia lo sviluppo del ramo rettangolare del legame costitutivo assunto per il calcestruzzo. Dovranno risultare verificate le seguenti ipotesi:

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Attraverso queste si esprimono la tensione sull'acciaio e i coefficienti di omogeneizzazione per il calcestruzzo:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c \epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

Si potrà scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione in cui l'unica incognita risulta essere x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s \sigma'_s(x) - A_s f_{yd} = 0$$

Si ottiene $x = 93.20 \text{ mm}$

Si devono verificare le ipotesi assunte di campo (2a) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo totalmente sviluppata:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00254 \rightarrow \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00145 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

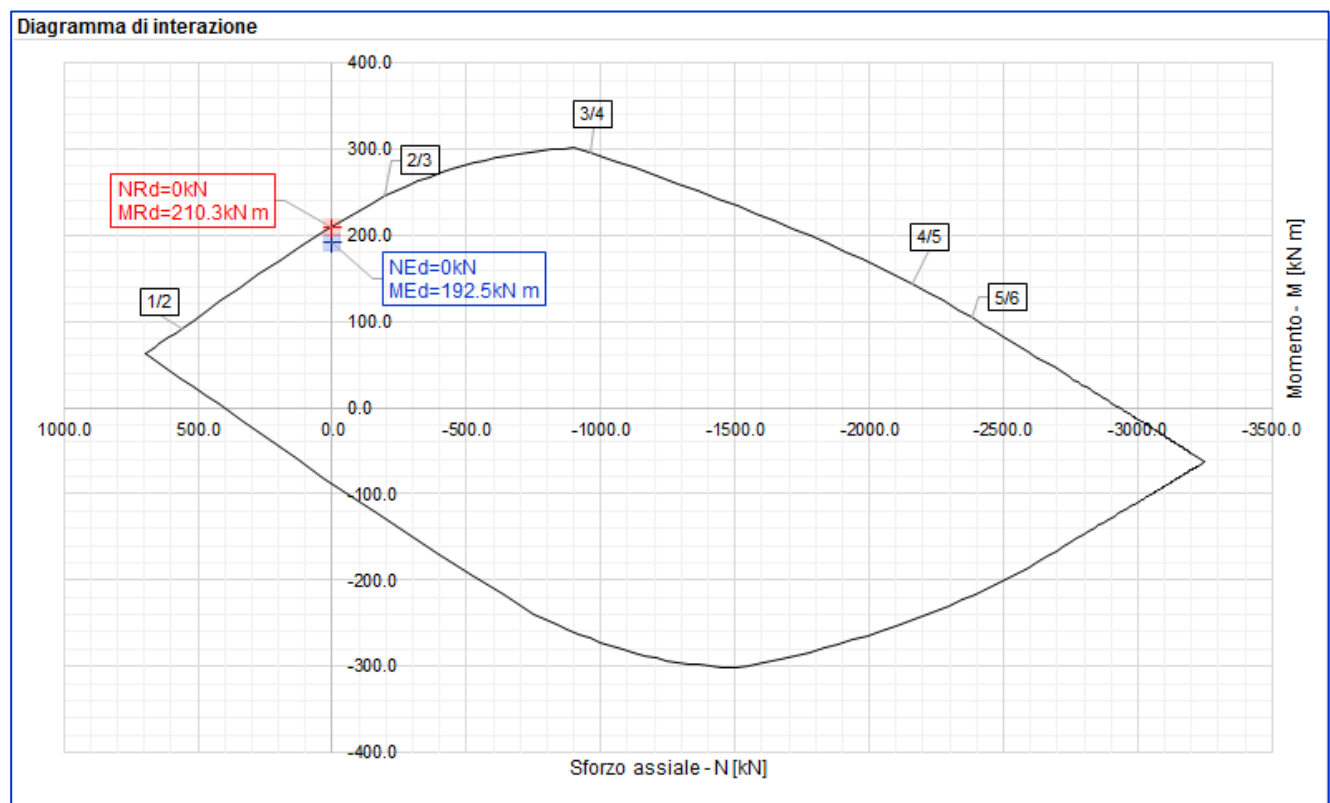
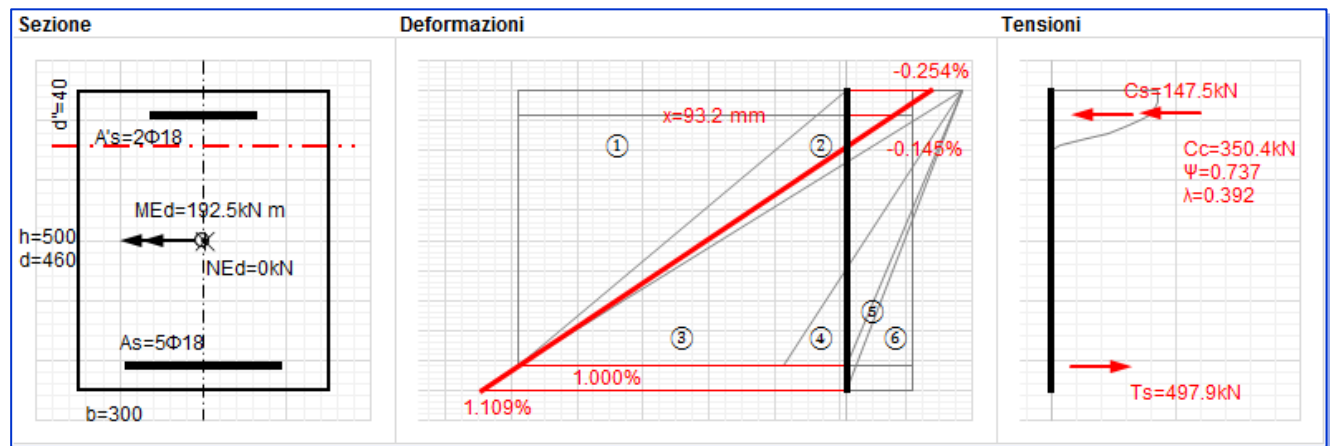
Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla (non si ha infatti da considerare il potenziale contributo della forza assiale):

$$M_{Rd} = b\psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 210.3 kNm > M_{Ed} = 192.5 kNm$$

Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione e la verifica nel diagramma di interazione:

SEZIONE TIPO S2



Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26f_{ctm}/f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.3. Sezione tipo S3

La sezione tipo S3 è la sezione a minima armatura che vede presenti i soli correnti superiore e inferiore disposti “a correre” lungo la trave. Sono note le dimensioni geometriche, i materiali e il quantitativo di armatura presente. Si vuole determinarne il momento resistente a flessione semplice. Si riassumono di seguito i dati:

$$d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40\text{mm}; \quad h = 500\text{mm}; \quad b = 300\text{mm};$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508\text{mm}^2;$$

$$A_s = 2\phi 18 = 508\text{mm}^2;$$

Si ipotizza campo (3b) che implica armature compresse snervate. Dall'equazione di equilibrio a traslazione è possibile determinare x :

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}}$$

L'aver disposto uguale quantità di armatura tesa e compressa darebbe come nullo il risultato di tale espressione. Si intuisce che le ipotesi inserite precedentemente non sono corrette. Si ipotizza di essere in campo (2a) che implica armatura compressa in fase elastica. Si ipotizza inoltre di essere in uno stato deformativo tale per cui si abbia lo sviluppo del ramo rettangolare del legame costitutivo assunto per il calcestruzzo. Dovranno risultare verificate le seguenti ipotesi:

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Attraverso queste si esprimono la tensione sull'acciaio e i coefficienti di omogeneizzazione per il calcestruzzo:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c\epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

Si potrà scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione in cui l'unica incognita risulta essere x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s\sigma'_s(x) - A_sf_{yd} = 0$$

Si ottiene $x = 57.3 \text{ mm}$

Si devono verificare le ipotesi assunte di campo (2a) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo totalmente sviluppata:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00142 \rightarrow \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo non verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00042 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

L'ipotesi sulla fase elastica dell'acciaio sarebbe risultata verificata. Si cambia ipotesi sulla fase di sviluppo delle tensioni del calcestruzzo. Si ipotizza di trovarsi sul ramo parabolico delle tensioni del legame costitutivo. Si conserva l'ipotesi di acciaio compresso in fase elastica. Ossia dovranno risultare verificate le seguenti disequazioni:

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Per il calcolo delle tensioni sui materiali si dovranno adottare le seguenti espressioni:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}; \quad \psi = \epsilon_c / (3\epsilon_{c2}^2) \cdot (3\epsilon_{c2} - \epsilon_c); \quad \lambda = (4\epsilon_{c2} - \epsilon_c) / (4(3\epsilon_{c2} - \epsilon_c));$$

Dall'equazione di equilibrio a traslazione si ricava x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s\sigma'_s(x) - A_sf_{yd} = 0$$

Si ricava $x = 56.9 \text{ mm}$. Si devono verificare le ipotesi assunte:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00141 \rightarrow \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00042 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

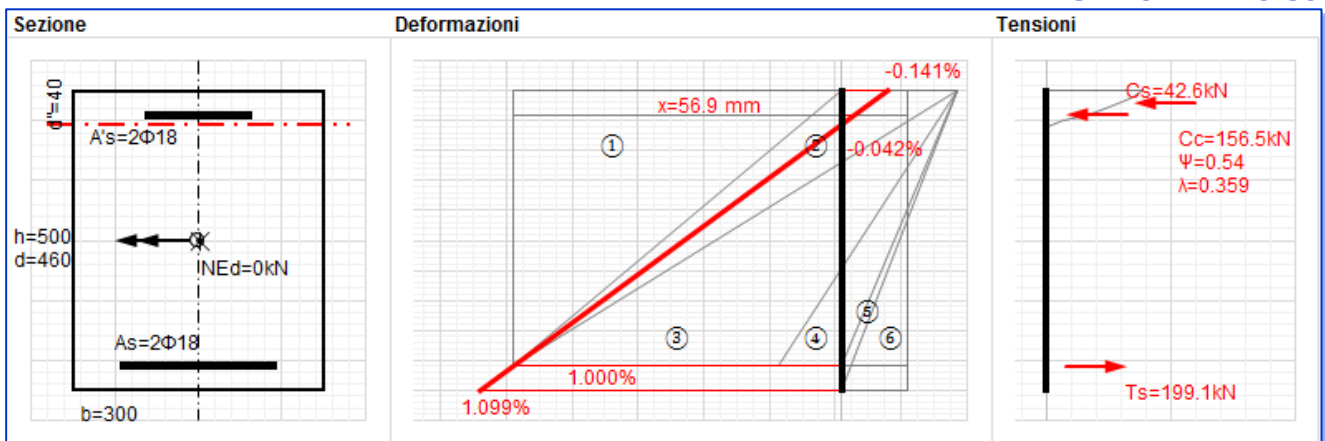
Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

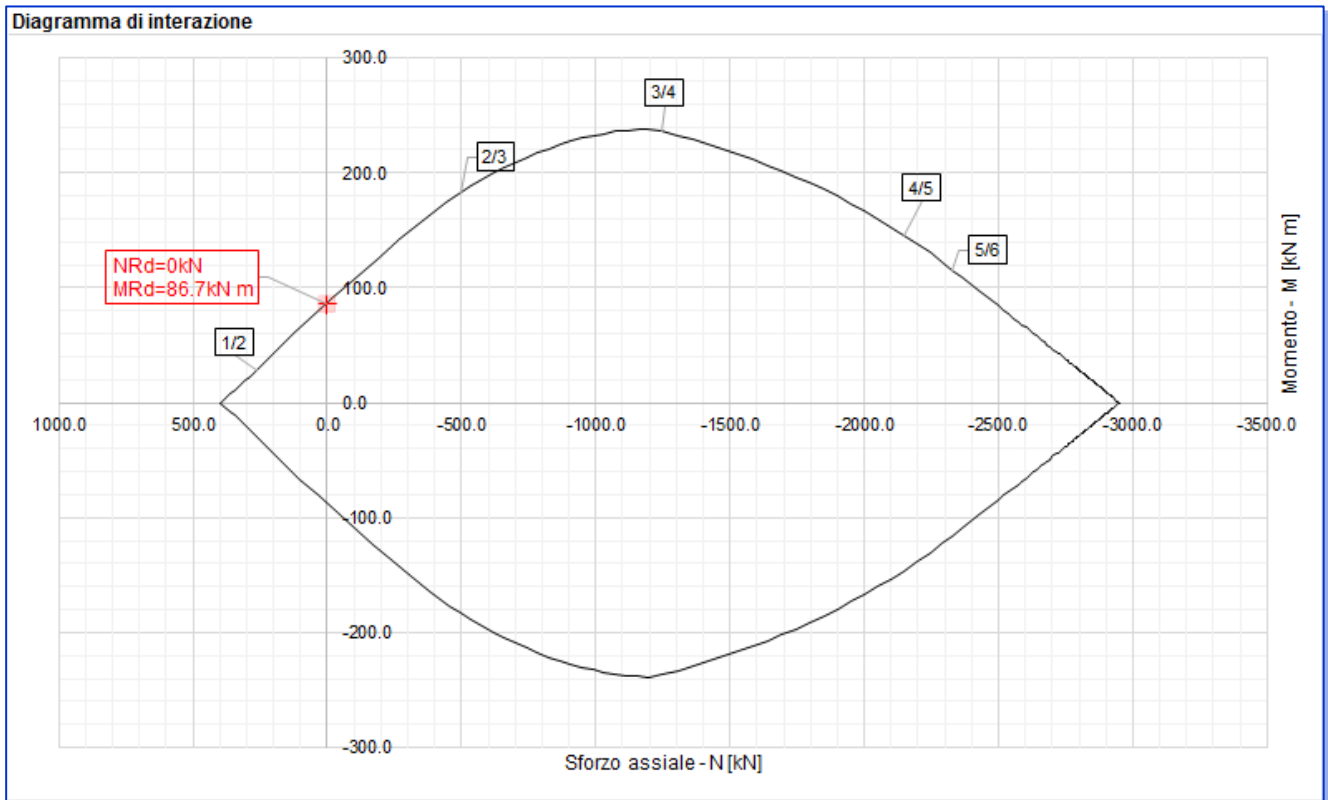
Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla:

$$M_{Rd} = b\psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 86.7 \text{ kNm}$$

Le verifiche delle sezioni tipo S3 sono illustrate graficamente sul grafico dei momenti agenti-momenti resistenti al termine della sezione. Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione ed il diagramma di interazione:

SEZIONE TIPO S3





Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.4. Sezione tipo S4

La sezione tipo S4 viene adottata nella campata 1 sollecitata a momento positivo e all'appoggio 7 sollecitata a momento negativo i cui momenti sono rispettivamente: $M_{Ed,C1} = 120.41 \text{ kNm}$ e $M_{Ed,A7} = -119.83 \text{ kNm}$. Per la verifica si considera il massimo tra i due:

$$M_{Ed} = 120.41 \text{ kNm};$$

Nella presente sezione il progetto risulta essere condizionato in quanto base e altezza della sezione sono già state definite nel progetto della sezione tipo S1 che risulta essere quella maggiormente sollecitata a momento negativo.

Sono noti i valori:

$$d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad b = 300 \text{ mm};$$

Sono da determinare i quantitativi di armature A_s e A'_s . Si sfruttano le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione ipotizzando che ci si trovi al limite tra campo (2) e campo (3) con armatura compressa snervata:

$$\psi \cdot b \cdot 0.2593 \cdot d \cdot f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0;$$

$$\psi \cdot 0.2593 \cdot d b f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot 0.2593 \cdot d) + A'_s f_{yd} (d - d'') = M_{Ed};$$

in queste espressioni i valori dei coefficienti di omogeneizzazione sono:

$$\psi = 0.80952 \quad \lambda = 0.416$$

In questo sistema di equazioni le uniche incognite sono i quantitativi di armatura che vengono calcolati e risultano:

$$A_s = 761.5 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = -497 \text{ mm}^2;$$

Verranno disposti:

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 3\phi 18 = 762 \text{ mm}^2;$$

Si procede con la verifica delle ipotesi assunte e con il calcolo del momento resistente. Dall'equazione di equilibrio a traslazione si determina lo stato deformativo limite ultimo:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 24.1 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.05 < 0.2593$$

Lo stato limite è di campo 2. Si ipotizza di trovarsi sul ramo parabolico delle tensioni del legame costitutivo. Si introduce l'ipotesi di acciaio compresso in fase elastica. Ossia dovranno risultare verificate le seguenti disequazioni:

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso e al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Per il calcolo delle tensioni sui materiali si dovranno adottare le seguenti espressioni:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}; \quad \psi = \epsilon_c/(3\epsilon_{c2}^2) \cdot (3\epsilon_{c2} - \epsilon_c); \quad \lambda = (4\epsilon_{c2} - \epsilon_c)/(4(3\epsilon_{c2} - \epsilon_c));$$

Dall'equazione di equilibrio a traslazione si ricava x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s\sigma'_s(x) - A_sf_{yd} = 0$$

Si ricava $x = 69.5 \text{ mm}$. Si devono verificare le ipotesi assunte:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00178 \rightarrow \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00076 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

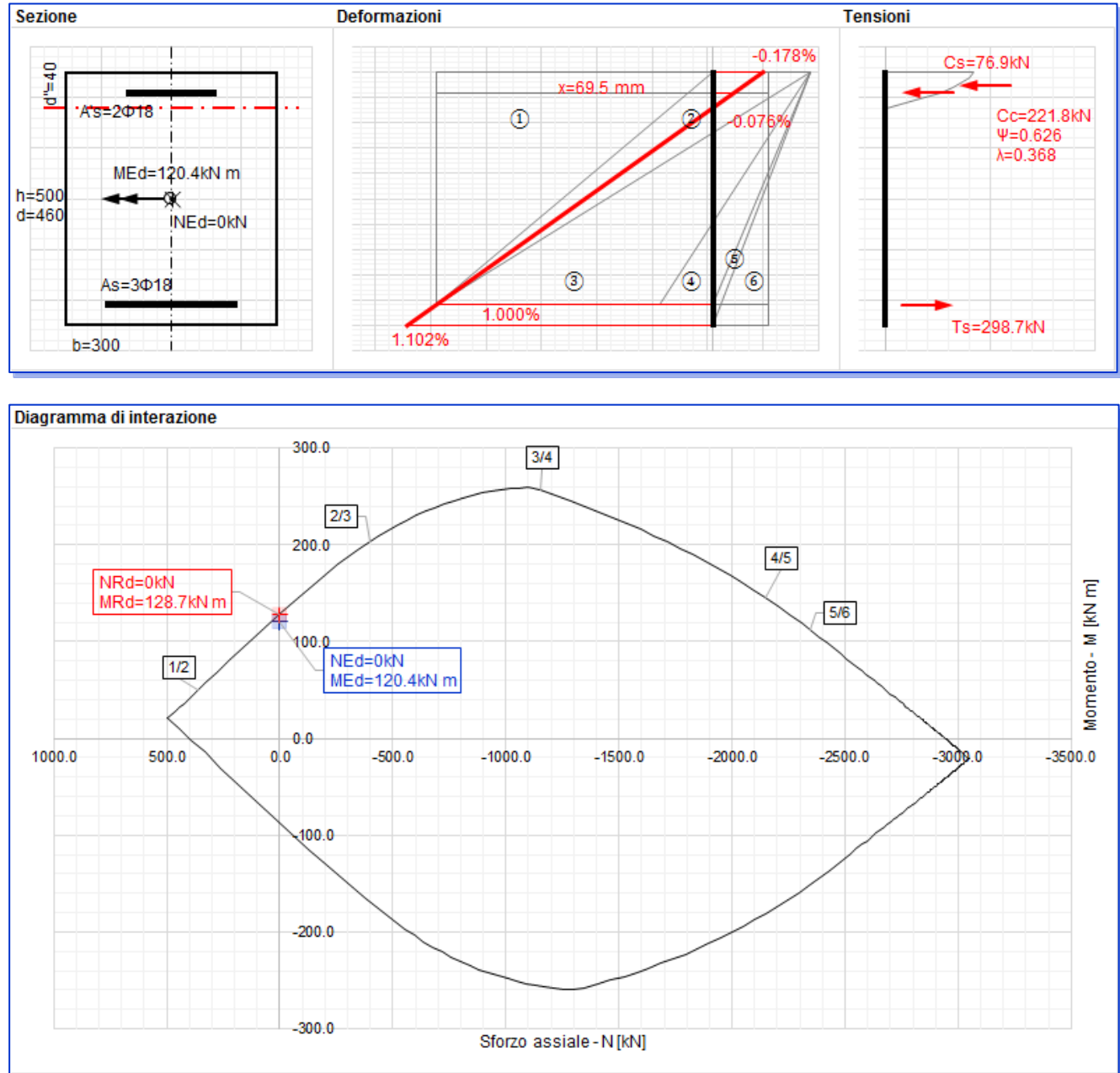
Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicito facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla:

$$M_{Rd} = b \psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 128.7 \text{ kNm} \geq M_{Ed} = 120.41 \text{ kNm}$$

Le verifiche delle sezioni tipo S3 sono illustrate graficamente sul grafico dei momenti agenti-momenti resistenti al termine della sezione. Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione e la verifica nel diagramma di interazione.

SEZIONE TIPO S4



Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.5. Sezione tipo S5

Si calcola di seguito il momento resistente della sezione tipo S5. Di questa sono noti geometria, materiali e armature che sono in continuità con le altre sezioni.

Si riepilogano i valori noti:

$$d = 460\text{ mm}; \quad d' = 40\text{ mm}; \quad d'' = 40\text{ mm}; \quad h = 500\text{ mm}; \quad b = 300\text{ mm};$$

$$A'_s = 3\phi 18 = 762\text{mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 = 1270\text{mm}^2;$$

Si ipotizza che la sezione sia in campo (3) con armatura superiore snervata (3b). Si procede con la verifica delle ipotesi assunte e con il calcolo del momento resistente. Dall'equazione di equilibrio a traslazione si determina lo stato deformativo limite ultimo:

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 48.15\text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.1047 < 0.2593$$

Non è verificata l'ipotesi di campo (3). Ci si trova in campo (2). Si ipotizza di essere in campo (2a) che implica armatura compressa in fase elastica. Si ipotizza inoltre di essere in uno stato deformativo tale per cui si abbia lo sviluppo del ramo rettangolare del legame costitutivo assunto per il calcestruzzo. Dovranno risultare verificate le seguenti ipotesi:

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso e al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Attraverso queste si esprimono la tensione sull'acciaio e i coefficienti di omogeneizzazione per il calcestruzzo:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c\epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

Si potrà scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione in cui l'unica incognita risulta essere x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s\sigma'_s(x) - A_sf_{yd} = 0$$

$$\text{Si ottiene } x = 85.9\text{ mm}$$

Si devono verificare le ipotesi assunte di campo (2a) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo totalmente sviluppata:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00230 \rightarrow \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_{rs} = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00123 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

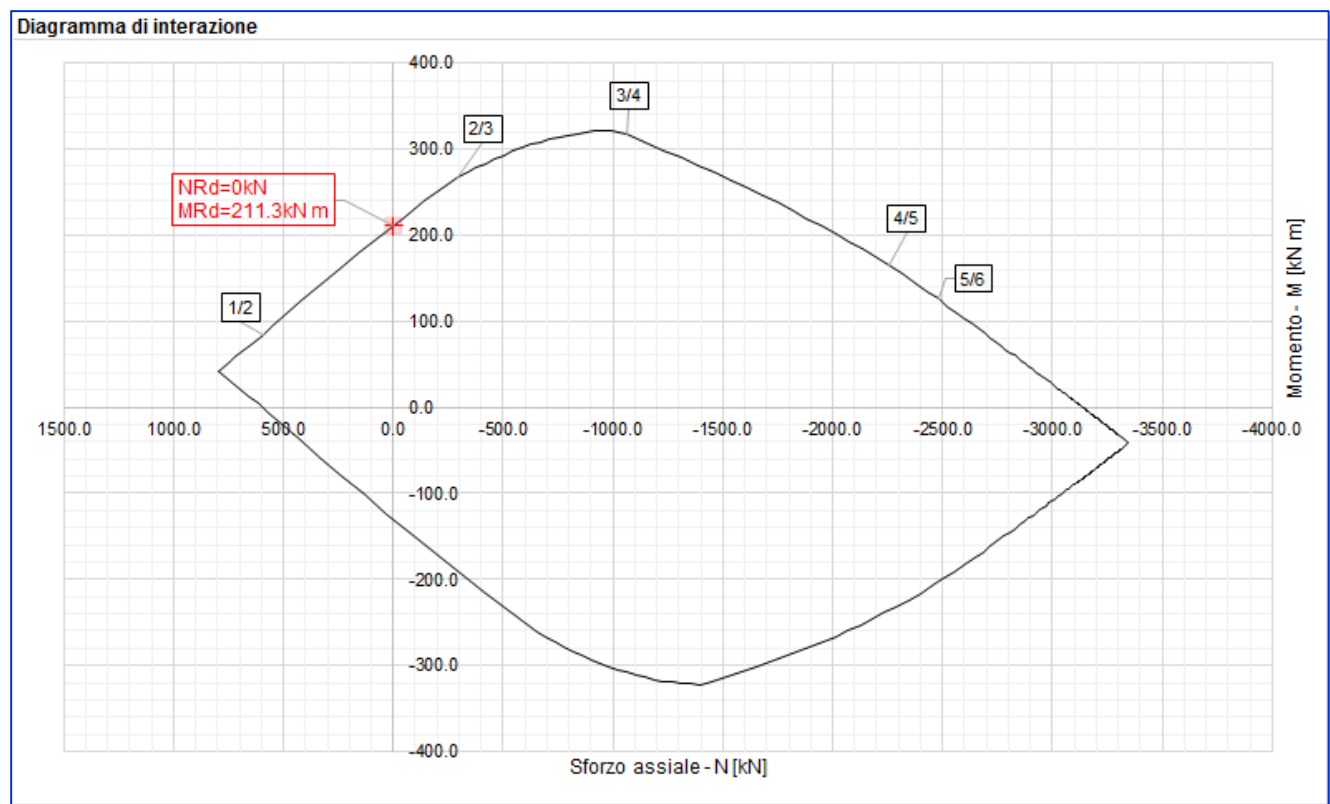
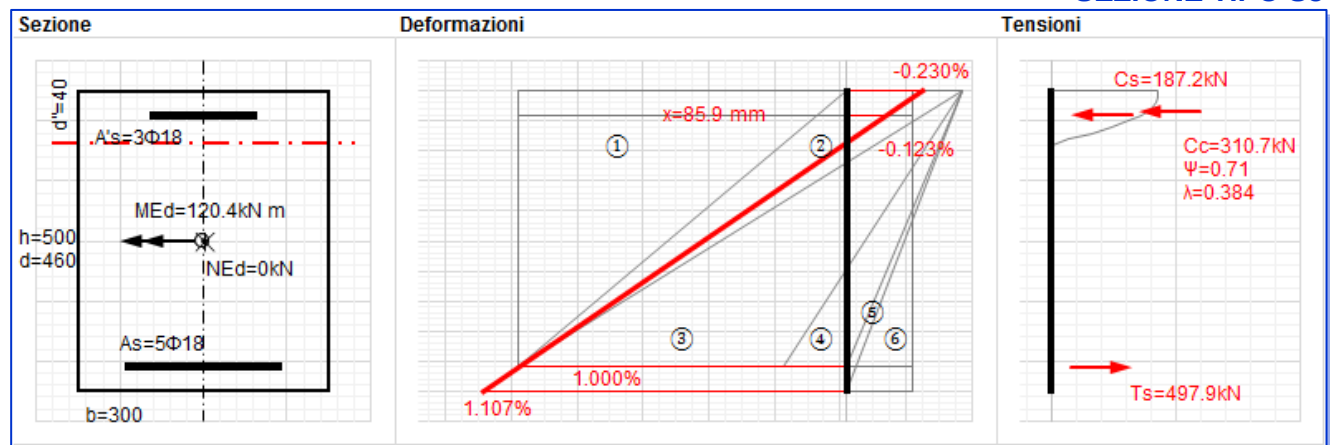
Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla:

$$M_{Rd} = b \psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 211.3 \text{ kNm}$$

Le verifiche delle sezioni verranno illustrate graficamente sul grafico momento agente-momento resistente.

Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione e la verifica nel diagramma di interazione:

SEZIONE TIPO S5



Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26f_{ctm}/f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 6000\text{mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.6. Sezione tipo S6

La sezione tipo S6 è collocata in corrispondenza dell'appoggio 2 in corrispondenza del quale si ha momento critico negativo.

Il momento nella sezione di appoggio A2 è:

$$M_{Ed} = 242.7 \text{ kNm} \quad (\text{Si fa a fini di calcolo riferimento ad un momento positivo nonostante la sezione sia sottoposta a momento negativo. Si considera la sezione ribaltata})$$

La sezione è completamente nota e se ne riassumono le caratteristiche geometriche:

$$d = 445 \text{ mm}; \quad d' = 55 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad b = 300 \text{ mm};$$

$$A'_s = 3\phi 18 = 763 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1901 \text{ mm}^2;$$

Si ipotizza campo (3) con armature snervate, ossia campo (3b). Dall'equazione di equilibrio a traslazione si determina la deformazione di stato limite ultimo.

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 107.8 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.2343 < 0.2593$$

Lo stato limite ultimo è di campo (2). Si ipotizza di trovarsi sul ramo rettangolare del legame costitutivo del calcestruzzo in compressione. Si introduce l'ipotesi di acciaio compresso in fase plastica. Si sta assumendo quindi l'ipotesi di campo (2b). Dovranno quindi risultare verificate le seguenti disequazioni:

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu};$$

$$\epsilon'_s \geq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso e al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Attraverso queste si esprimono la tensione sull'acciaio e i coefficienti di omogeneizzazione per il calcestruzzo:

$$\sigma'_s = f_{yd}$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c\epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

Si potrà scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione in cui l'unica incognita risulta essere x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_sf_{yd} - A_sf_{yd} = 0$$

Si ottiene $x = 109.6 \text{ mm}$

Si devono verificare le ipotesi assunte di campo (2b) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo totalmente sviluppata:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x / (d - x) = 0.00327 \rightarrow \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'') / (d - x) = 0.00206 > \epsilon_{se} = 0.00196;$$

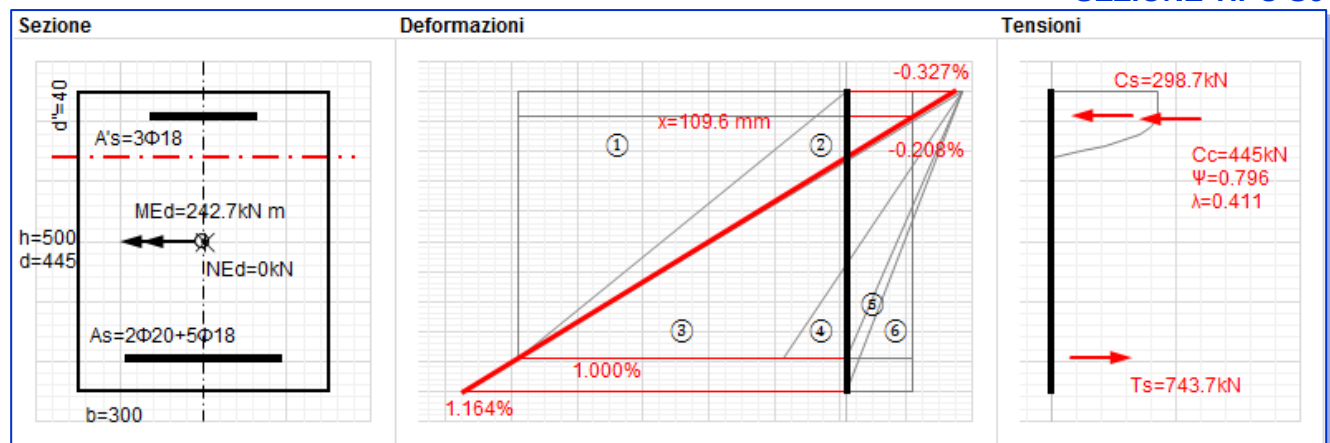
Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

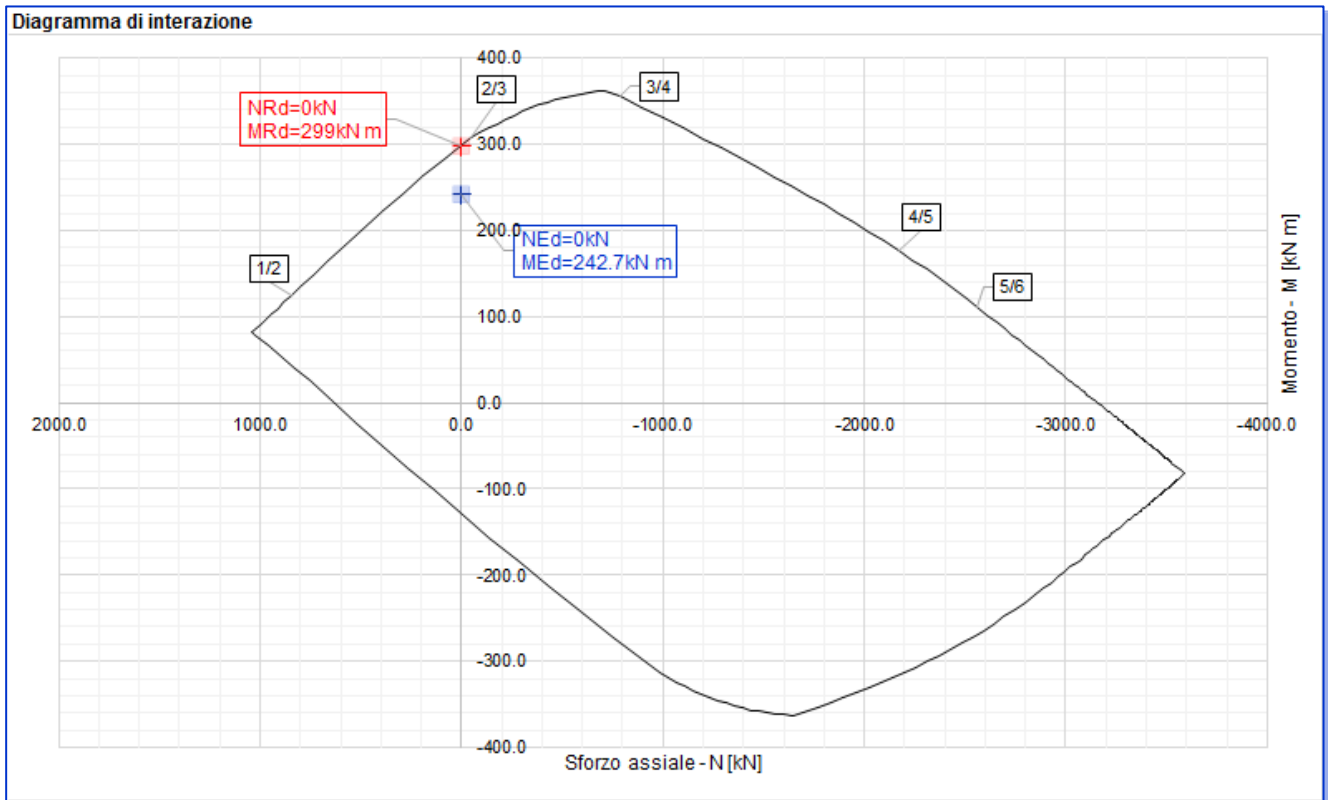
Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla (non si ha infatti da considerare il potenziale contributo della forza assiale):

$$M_{Rd} = b \psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 299.0 \text{ kNm} \geq M_{Ed} = 242.7 \text{ kNm}$$

Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione e la verifica nel diagramma di interazione:

SEZIONE TIPO S6





Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.7. Sezione tipo S7

La sezione tipo 7 viene adottata nella campata 3 e nella campata 4 sollecitate a momento positivo. Per la verifica si considera il massimo tra i due momenti:

$$M_{Ed} = 168.17 \text{ kNm};$$

Nella presente sezione il progetto risulta essere condizionato in quanto base e altezza della sezione sono già state definite nel progetto della sezione tipo S1 che risulta essere quella maggiormente sollecitata a momento negativo.

Sono noti i valori:

$$d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad b = 300 \text{ mm};$$

Sono da determinare i quantitativi di armature A_s e A'_s . Si sfruttano le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione ipotizzando che ci si trovi al limite tra campo (2) e campo (3) con armatura compressa snervata:

$$\psi \cdot b \cdot 0.2593 \cdot d \cdot f_{cd} + A'_s f_{yd} - A_s f_{yd} = 0;$$

$$\psi \cdot 0.2593 \cdot d \cdot b \cdot f_{cd} \cdot (d - \lambda \cdot 0.2593 \cdot d) + A'_s f_{yd} (d - d'') = M_{Ed};$$

in queste espressioni i valori dei coefficienti di omogeneizzazione sono:

$$\psi = 0.80952 \quad \lambda = 0.416$$

In questo sistema di equazioni le uniche incognite sono i quantitativi di armatura che vengono calcolati e risultano:

$$A_s = 1052.1 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 206.4 \text{ mm}^2;$$

Verranno disposti:

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 4\phi 18 = 1016 \text{ mm}^2;$$

Si procede con la verifica delle ipotesi assunte e con il calcolo del momento resistente. Dall'equazione di equilibrio a traslazione si determina lo stato deformativo limite ultimo.

$$x = \frac{(A_s - A'_s) \cdot f_{yd}}{\psi b f_{cd}} = 24.1 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.05 < 0.2593$$

Lo stato limite è di campo (2). Si ipotizza di trovarsi sul ramo rettangolare del legame costitutivo del calcestruzzo in compressione. Si introduce l'ipotesi di acciaio compresso in fase elastica. Si sta assumendo quindi l'ipotesi di campo (2a). Dovranno quindi risultare verificate le seguenti disequazioni:

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu};$$

$$0 \leq \epsilon'_s \leq \epsilon_{se};$$

Si ricavano per congruenza le deformazioni su acciaio compresso e al lembo superiore del calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x); \quad \epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x);$$

Attraverso queste si esprimono la tensione sull'acciaio e i coefficienti di omogeneizzazione per il calcestruzzo:

$$\sigma'_s = E_s \cdot \epsilon'_s = E_s \cdot \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x)$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c \epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

Si potrà scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione in cui l'unica incognita risulta essere x :

$$b\psi(x)f_{cd} + A'_s\sigma'_s(x) - A_sf_{yd} = 0$$

Si ottiene $x = 81.50 \text{ mm}$

Si devono verificare le ipotesi assunte di campo (2a) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo totalmente sviluppata:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.00215 \rightarrow \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

Ipotesi su tensioni del calcestruzzo verificata.

$$\epsilon'_s = \epsilon_{su} \cdot (x - d'')/(d - x) = 0.00110 < \epsilon_{se} = 0.00196;$$

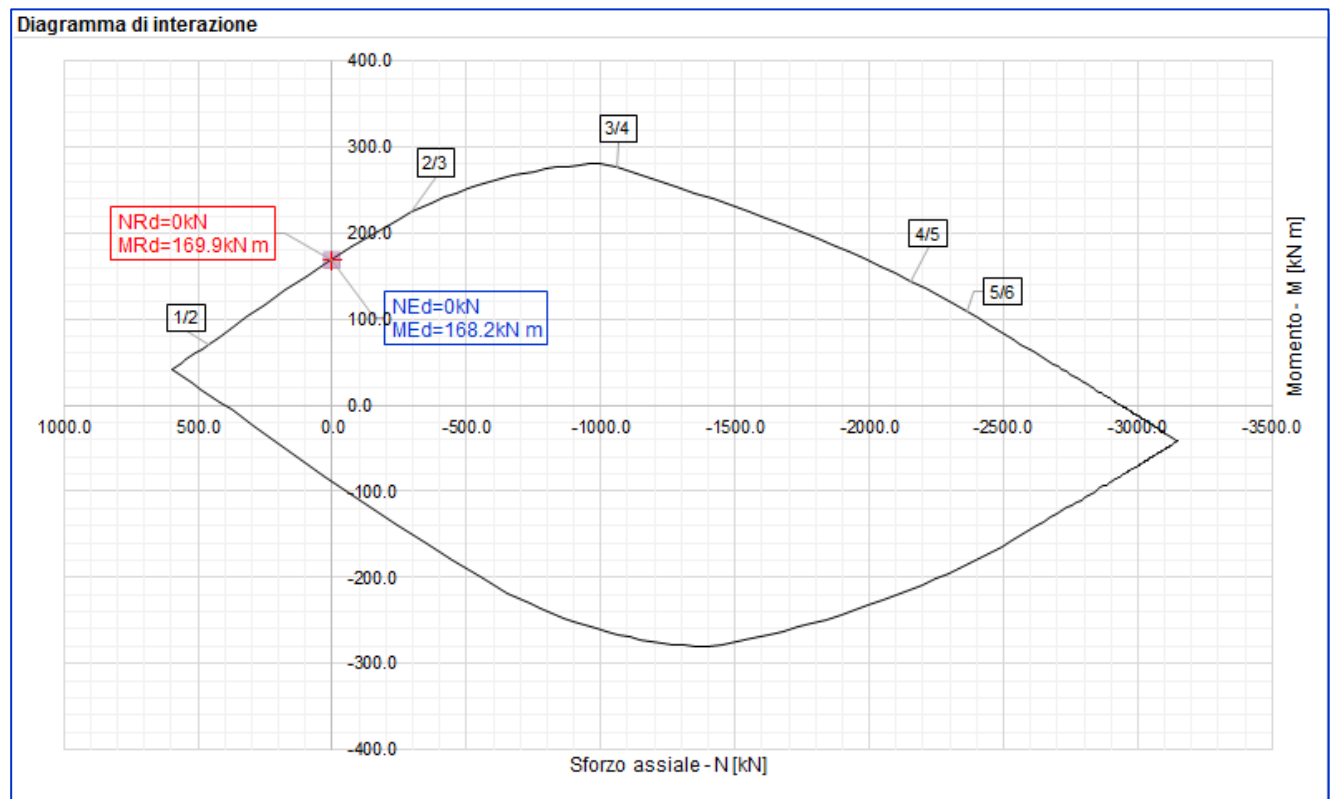
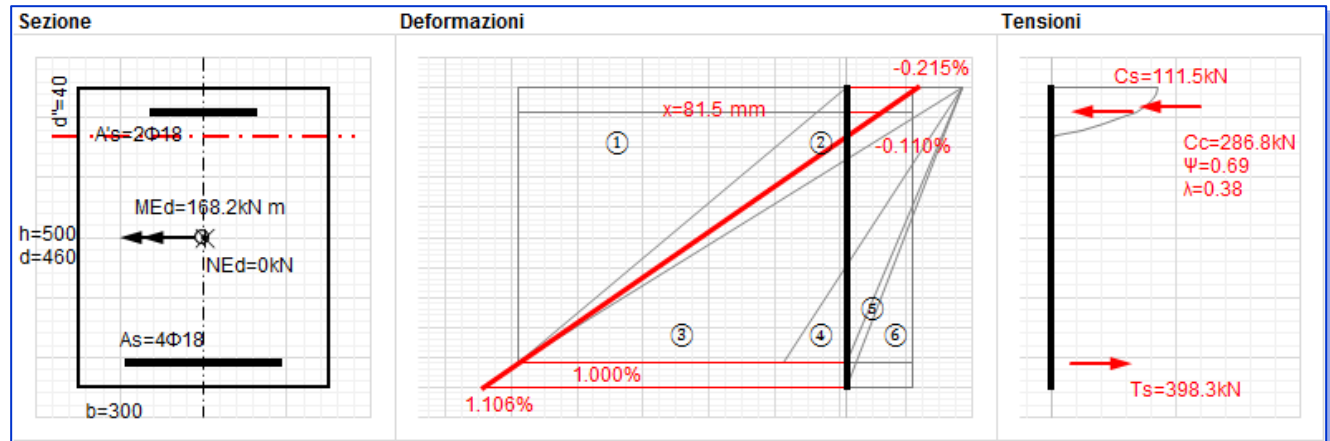
Ipotesi sulla tensione dell'acciaio compresso verificata.

Si calcola il momento resistente dall'equazione forze interne-momento resistente esplicitato facendo polo attorno all'armatura tesa in virtù del fatto che la risultante delle forze è nulla (non si ha infatti da considerare il potenziale contributo della forza assiale):

$$M_{Rd} = b \psi x f_{cd} \cdot (d - \lambda x) + A'_s \sigma'_s \cdot (d - d'') = 169.9 \text{ kNm} \geq M_{Ed} = 168.2 \text{ kNm}$$

Si illustrano di seguito lo stato deformativo ultimo della sezione e la verifica nel diagramma di interazione:

SEZIONE TIPO S7



Verifiche sul quantitativo di armatura

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 231.2 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 173.55 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 6000 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

4.1.8. Traslazione del diagramma dei momenti

La traslazione del diagramma dei momenti viene effettuata come indicato al punto 9.2.1.3 (2) delle norme EN 1992-1-1. Si considera il modello a traliccio pluriconnesso che vede le aste di parete compresse inclinate di θ e le aste di parete tese inclinate di α rispetto all'orizzontale. Si prescrive che per elementi strutturali armati a taglio si debba considerare una forza aggiuntiva ΔF_{td} generata dalla presenza dell'azione tagliante sulle forze della coppia interna della sezione. Della quota aggiuntiva se ne può tenere conto in maniera artificiosa effettuando una traslazione del diagramma dei momenti della seguente quantità:

$$a_l = z(\coth \theta - \coth \alpha)/2;$$

In questa z è il braccio della coppia interna assunto uguale a $0.9d$ per flessione semplice. Si considera l'inclinazione effettiva dell'armatura trasversale ossia $\alpha = 90.0^\circ$. Per quanto riguarda le aste di parete compresse rappresentate dai puntoni inclinati in calcestruzzo si fa riferimento al caso peggiorativo di $\theta = 21.8^\circ$. Si ha quindi:

$$z = 0.9 d;$$

$$\coth \theta = 2.5; \quad \coth \alpha = 0.0;$$

L'altezza utile maggiore e quindi peggiorativa lungo la trave è:

$$d = 460 \text{ mm};$$

La lunghezza di traslazione risulterà quindi:

$$a_l = 1.125 d = 517 \text{ mm};$$

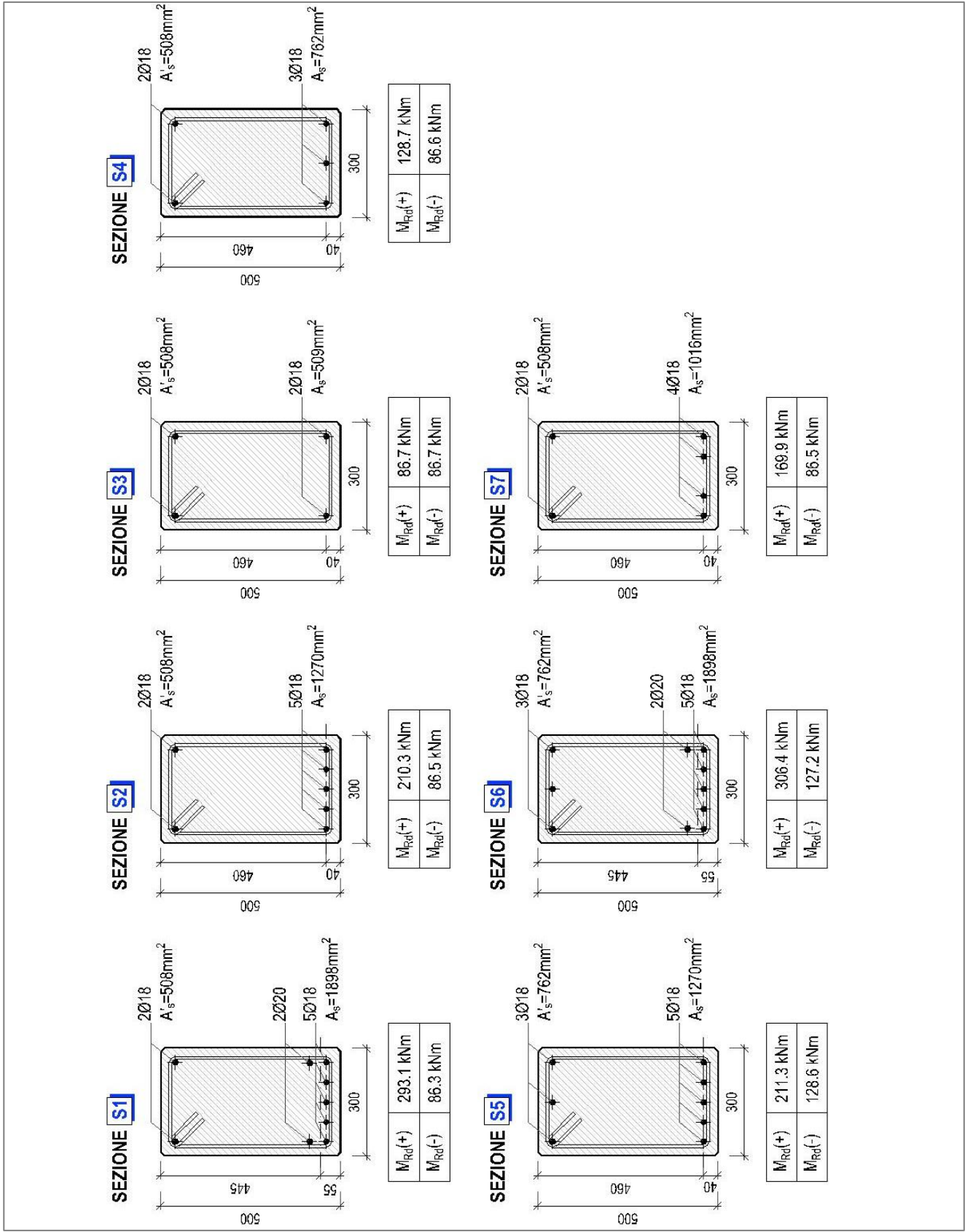
4.1.9. Riassunto delle sezioni

Si riassumono in forma tabellare le sezioni adottate.

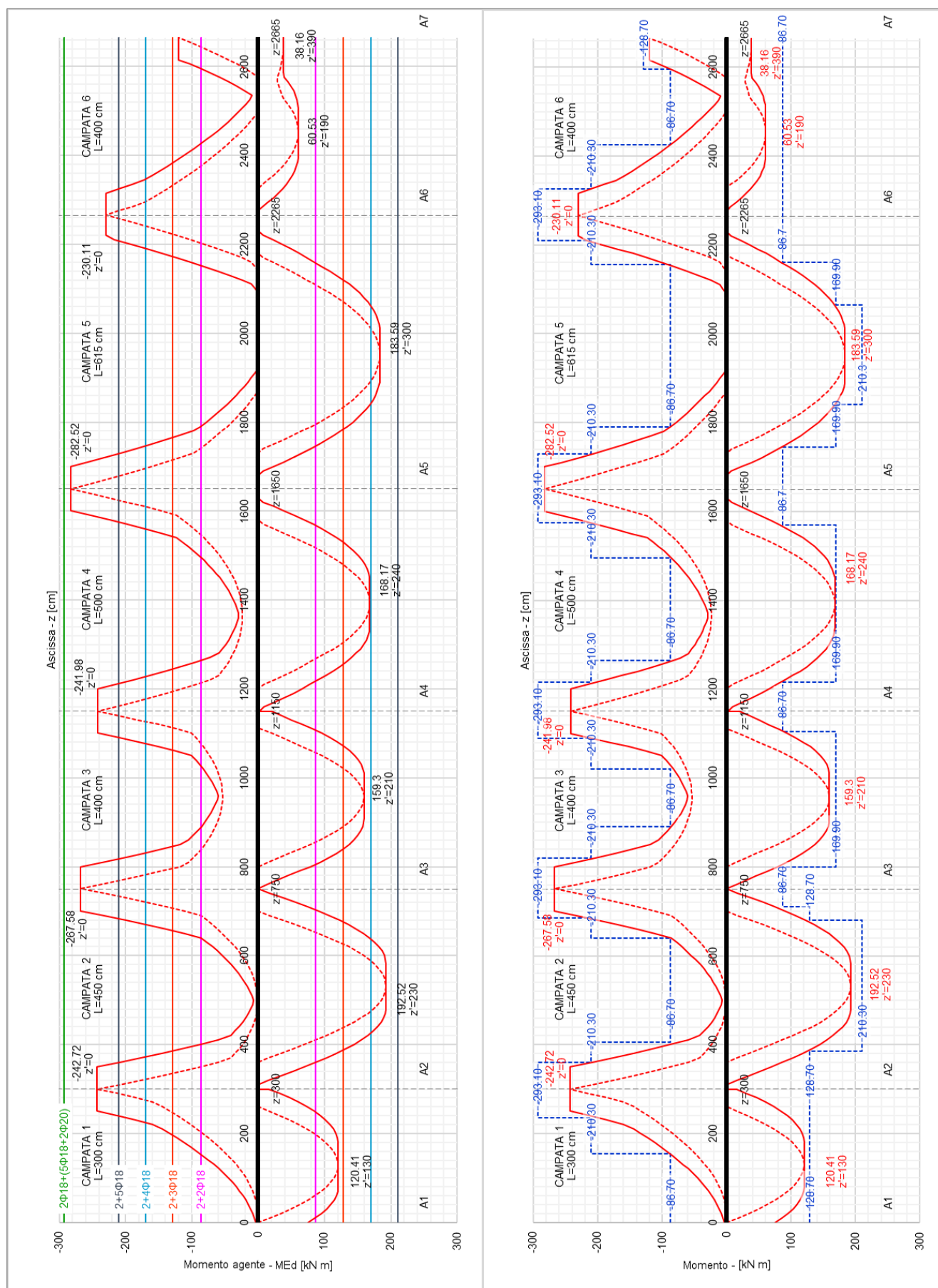
Elenco delle tipologie di sezioni impiegate

Sezione	b [mm]	h [mm]	d [mm]	d' [mm]	d'' [mm]	A_s [mm ²]		A'_s [mm ²]	
S1	300.0	500.0	445.0	55.0	40.0	2Φ20+5Φ18	1898	2Φ18	508
S2	300.0	500.0	460.0	40.0	40.0	5Φ18	1270	2Φ18	508
S3	300.0	500.0	460.0	40.0	40.0	2Φ18	508	2Φ18	508
S4	300.0	500.0	460.0	40.0	40.0	3Φ18	762	2Φ18	508
S5	300.0	500.0	460.0	40.0	40.0	5Φ18	1270	3Φ18	762
S6	300.0	500.0	445.0	55.0	40.0	2Φ20+5Φ18	1898	3Φ18	762
S7	300.0	500.0	460.0	40.0	40.0	4Φ18	1016	2Φ18	508

Note: nei diagrammi a seguire si troveranno indicate le sezioni tipo con un asterisco se utilizzate a momento negativo. In tal caso si devono considerare come ribaltate. (Si veda ad esempio la sezione S1 in corrispondenza degli appoggi 3,4,5,6).



4.1.10. Diagramma momenti agenti – momenti resistenti



[illegible]

4.2. Copriferro

Il calcolo del copriferro minimo viene fatto in accordo con quanto descritto al punto 4.4.1 delle norme EN 1992-1-1 (Concrete cover).

Considerata la classe di esposizione XC1, la vita utile di 50 anni, la classe del calcestruzzo C30/37, la geometria non di soletta e la qualità ordinaria del controllo si ottiene una classe strutturale S3. Per questa classe strutturale e per la classe di esposizione considerata si ottiene:

$$c_{min,dur} = 10mm; \quad (\text{copriferro minimo per requisiti di durabilità})$$

$$\Delta c_{dur,\gamma} = 0; \quad (\text{quota aggiuntiva da National Annex})$$

$$\Delta c_{dur,st} = 0; \quad (\text{riduzione per accorgimenti speciali o utilizzo di acciaio inox.})$$

$$\Delta c_{dur,add} = 0; \quad (\text{riduzione per rivestimenti da National Annex})$$

Per quanto concerne le staffe:

$$c_{min,b,staffe} = \phi_{staffe} = 8mm; \quad (\text{copriferro minimo per requisiti di aderenza})$$

Per quanto concerne le barre di armatura longitudinale $\phi 20$:

$$c_{min,b,long,20} = \phi_{long,20} = 20mm; \quad (\text{copriferro minimo per requisiti di aderenza})$$

Per quanto concerne le barre di armatura longitudinale $\phi 18$:

$$c_{min,b,long,18} = \phi_{long,18} = 18mm; \quad (\text{copriferro minimo per requisiti di aderenza})$$

È possibile calcolare:

$$c_{min,staffe} = \max(c_{min,b,staffe}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm) = 10mm$$

$$c_{min,long,20} = \max(c_{min,b,long,20}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm) = 20mm$$

$$c_{min,long,18} = \max(c_{min,b,long,18}; c_{min,dur} + \Delta c_{dur,\gamma} - \Delta c_{dur,st} - \Delta c_{dur,add}; 10mm) = 18mm$$

Si considera:

$$\Delta c_{dev} = 10mm \quad (\text{valore raccomandato per imperfezioni costruttive})$$

Si ricava quindi il copriferro relativo alle staffe e alle armature longitudinali:

$$c_{nom,staffe} = c_{min,staffe} + \Delta c_{dev} = 20mm$$

$$c_{nom,long,20} = c_{min,long,20} + \Delta c_{dev} = 30mm$$

$$c_{nom,long,18} = c_{min,long,18} + \Delta c_{dev} = 28mm$$

Il valore del copriferro minimo dell'armatura $\phi 20$, considerato il posizionamento nella sezione tipo S1, è vincolante solo orizzontalmente rispetto al lembo laterale della trave. Per questo si dovrà avere:

$$c_{long,20} \geq \max(c_{nom,staffe} + \phi_{staffe}; c_{nom,long,20}) = \max(20 + 8; 30) = 30mm$$

Per le armature $\phi 18$ si deve avere:

$$c_{long,18} \geq \max(c_{nom,staffe} + \phi_{staffe}; c_{nom,long,18}) = \max(20 + 8; 28) = 28mm$$

Si assume $c_{long} = 31mm$. Le distanze risultano verificate:

$$c_{staffe} = c_{long} - \phi_{staffe} = 31 - 8 = 23mm$$

Così facendo si avrà un posizionamento dell'armatura longitudinale tale per cui le distanze di calcolo d' e d'' saranno di 40 mm.

4.3. Interferro

Vengono calcolate le distanze minime di spaziamento tra le barre. Riferimento: EN 1992-1-1 Punto 8.2 (Spacing of bars). Queste devono essere garantite al fine di permettere una corretta aderenza delle barre, adeguata compattazione del calcestruzzo e sufficiente spazio per permetterne la vibrazione.

$$i \geq i_{min} = \max(k_1\phi; d_g + k_2; 20mm) = 25 mm; \quad (i=\text{interferro})$$

In cui $k_1 = 1$, $k_2 = 5mm$ come da National Annex. Inoltre $d_g = 20 mm$.

4.3.1. Verifica di spaziamento

Avendo calcolato l'interferro minimo si verifica di seguito se le distanze siano rispettate prendendo in considerazione la sezione con maggior numero di ferri all'armatura tesa ossia la sezione tipo S1. La verifica su questa sezione implica una conseguente verifica anche sulle altre sezioni tipo. Si dovrà per questa sezione verificare sia lo spaziamento verticale che orizzontale. Lo spaziamento verticale era già stato preso in considerazione per il posizionamento dei ferri di armatura tesa sui due differenti livelli e la verifica sarà quindi automaticamente soddisfatta. Nonostante ciò si mostra di seguito il rispetto del distanziamento minimo.

$$i = (b - n_{ferri}\phi - 2c - 2\phi_{st}) / (n_{ferri} - 1) = (300 - 5 \cdot 18 - 2 \cdot 23 - 2 \cdot 8) / 4 = 37mm > i_{min} = 25mm$$

Il posizionamento di 6 ϕ 18 al lembo teso avrebbe comunque dato esito della verifica positiva con un interferro $i = 26 mm$ ma per avere un sufficiente momento resistente nella sezione maggiormente sollecitata sarebbe stato comunque necessario aggiungere armatura su un secondo livello. È stata quindi considerata e preferita la soluzione adottata con 5 ϕ 18 al lembo teso con 2 ϕ 20 su un secondo livello.

Si verifica lo spaziamento verticale:

$$i = d_1 - d_2 - \phi_1/2 - \phi_2/2 = 460 - 415 - 18/2 - 20/2 = 26mm > i_{min} = 25 mm$$

In quest'ultima d_1 e d_2 sono le distanze delle armature sui due differenti livelli dal lembo superiore.

Le distanze risultano essere verificate.

4.4. Lunghezze di ancoraggio

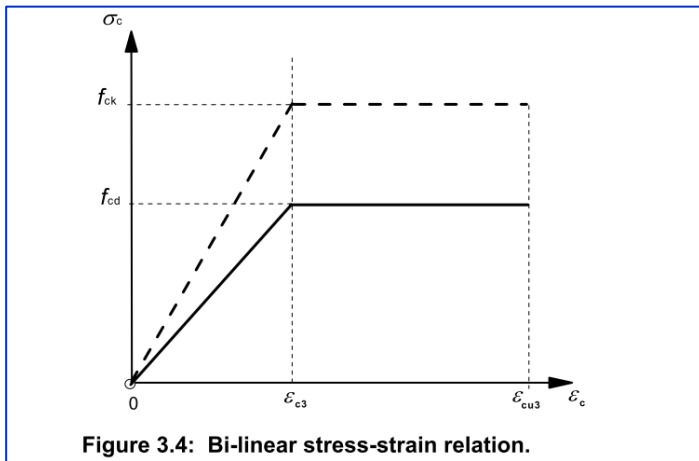
Per garantire la corretta redistribuzione e il trasferimento degli sforzi è necessario prolungare la barra della lunghezza di ancoraggio. Qualora si sia in presenza di appoggio laterale con assenza di spazio per il prolungamento si prevede la piegatura delle barre. Di seguito vengono calcolate queste lunghezze minime necessarie. Si seguiranno le indicazioni della norma EN 1992-1-1 punto 8.4 (Anchorage of longitudinal reinforcement).

4.4.1. Metodo di calcolo della tensione sulla barra (σ_{sd})

Devono preventivamente essere calcolate le tensioni di progetto delle barre nei punti da cui si fa partire la lunghezza di ancoraggio, indicate nel procedimento con la notazione σ_{sd} . Queste possono essere considerate cautelativamente uguali alla tensione di snervamento di progetto dell'acciaio, in alternativa ove conveniente per la messa in opera a fini pratici o più raramente a scopo economico può essere condotto un calcolo rigoroso sulla base delle azioni presenti alla coordinata della trave da cui si fa partire l'ancoraggio.

Descrizione del calcolo rigoroso della σ_{sd}

Per effettuare il calcolo si considera il legame costitutivo elastico perfettamente plastico del calcestruzzo da norme EN 1992-1-1 descritto al punto 3.1.7(2) di seguito riportato:



La funzione delle tensioni varia con la deformazione del calcestruzzo nel modo seguente:

$$\sigma_c = f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_c \quad \text{Per } \epsilon_c < \epsilon_{c3}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{Per } \epsilon_c \geq \epsilon_{c3}$$

Il legame considerato sull'acciaio è l'elastico-perfettamente plastico descritto nella sezione dedicata ai materiali della presente relazione di calcolo. Si riporta il legame costitutivo:

$$\sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

$$\sigma_s = f_{yd} \cdot \text{sign}(\epsilon_s) \quad \text{per } |\epsilon_s| \geq \epsilon_{yd}$$

Per congruenza si ottengono le deformazioni sull'acciaio teso e compresso:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x;$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs}(x - d'')/x;$$

Si scrivono le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione. In queste con la notazione σ_{cs} si intendono le tensioni all'estremità del lembo compresso sul calcestruzzo. Si ipotizza di essere sul ramo elastico di entrambi i materiali. Nel caso in cui questa condizione non risulti in seguito verificata si assumerà la tensione di calcolo come coincidente con quella di snervamento. L'equazione di equilibrio a rotazione viene scritta considerando il punto di applicazione della risultante delle tensioni sulla parte di sezione reagente in calcestruzzo come polo.

$$1/2bx\sigma_{cs} + A'_sE_s\epsilon'_s - A_sE_s\epsilon_s = 0$$

$$A_sE_s\epsilon_s(d - x/3) + A'_sE_s\epsilon'_s(x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Si inseriscono le equazioni di congruenza precedentemente illustrate:

$$1/2bxf_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs} + A'_sE_s\epsilon_{cs}(x - d'')/x - A_sE_s\epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x = 0$$

$$A_sE_s\epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x(d - x/3) + A'_sE_s\epsilon_{cs}(x - d'')/x(x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Queste sono due equazioni con incognite ϵ_{cs} e x i cui valori sono quindi ricavabili dalla risoluzione delle due equazioni. È possibile a questo punto ricavare in cascata la deformazione e la tensione sull'acciaio con le formule di congruenza e legame costitutivo precedentemente descritte. Devono comunque risultare verificate le ipotesi assunte per il legame costitutivo del calcestruzzo e degli acciai.

4.4.2. Metodo di calcolo della lunghezza di ancoraggio (l_{bd})

In seguito alla determinazione di σ_{sd} viene calcolata la resistenza di aderenza ultima di progetto (ultimate bond stress design value) f_{bd} :

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd};$$

Si utilizzano i parametri $\eta_1 = 1.0$ per i ferri inferiori in quanto sono posizionati in zona considerevole di buona aderenza secondo la normativa considerata. Considerata la direzione di getto e l'altezza della trave i ferri superiori sono da considerarsi in zona a basse condizioni di aderenza. A questi verrà associato un valore di $\eta_1 = 0.7$. Dato il diametro scelto delle barre che non supera il $\phi 20$ si assume $\eta_2 = 1.0$ (diametro della barra longitudinale inferiore a 32 mm).

Si è a questo punto in grado di calcolare la “basic anchorage length” che tiene conto del tipo di acciaio e delle proprietà di aderenza delle barre:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd})$$

Quest'ultima viene poi corretta con una serie di coefficienti correttivi per arrivare a determinare la lunghezza di ancoraggio di progetto l_{bd} :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min};$$

In questa formula di calcolo:

→ $l_{b,min}$ è la lunghezza minima di ancoraggio calcolata come segue:

$$\begin{aligned} l_{b,min} &= \max(0.3 l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm) && \text{in trazione} \\ l_{b,min} &= \max(0.6 l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm) && \text{in compressione} \end{aligned}$$

→ α_1) Il coefficiente α_1 tiene conto della forma della barra. Si elencano i criteri di calcolo da normativa:

barra dritta:	$\alpha_1 = 1$		in trazione
	$\alpha_1 = 1$		in compressione
barra piegata:	$\alpha_1 = 0.7$	se $c_d > 3\phi$	in trazione
	$\alpha_1 = 1.0$	altrimenti	in trazione
	$\alpha_1 = 1.0$		in compressione

→ α_2) il coefficiente α_2 tiene conto del copriferro:

barra dritta:	$0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - \phi)/\phi \leq 1.0$	per trazione
	$\alpha_2 = 1.0$	per compressione
barra piegata:	$0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - 3\phi)/\phi \leq 1.0$	per trazione
	$\alpha_2 = 1.0$	per compressione

→ α_3) il coefficiente α_3 tiene conto dell'effetto di confinamento da armatura trasversale (non saldata all'armatura principale). Si calcola come segue:

$0.7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1.0$	per trazione
$\alpha_3 = 1.0$	per compressione

Si tiene conto di:

$K = 0.1$	per barre di spigolo interne rispetto alla staffa
$K = 0.05$	per barre non di spigolo interne rispetto alla staffa

Il coefficiente λ tiene conto del rapporto tra le aree di armatura trasversale e longitudinale, in particolare viene così determinato:

$$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s;$$

A_s è l'area della singola barra di massimo diametro considerata;

ΣA_{st} è l'area totale di armatura trasversale lungo la distanza di ancoraggio l_{bd} ;

$\Sigma A_{st,min}$ è il minimo valore di armatura trasversale calcolato come $0.25A_s$ per le travi.

→ α_4) il coefficiente α_4 tiene conto dell'effetto di confinamento per barre saldate. È assunto $\alpha_4 = 0.7$

→ α_5) il coefficiente α_5 tiene conto dell'effetto di confinamento per pressioni trasversali p :

$$\alpha_5 = 1 - 0.04p; \quad \text{con } 0.7 \leq \alpha_5 \leq 1$$

Si tiene conto di una pressione trasversale $p = 0.00 \text{ MPa}$. Per cui si avrà in ogni caso:

$$\alpha_5 = 1.0$$

Viene di seguito fatto il calcolo esplicito per quattro differenti ancoraggi. Per i rimanenti si illustrano i risultati riassunti sotto forma di tabella in seguito ai calcoli proposti.

4.4.3. Appoggio A1: ferri inferiori

All'appoggio A1 si devono ancorare $3\phi 18$ inferiori relativi ad una sezione tipo S4. Le barre andranno ad essere piegate in corrispondenza dell'appoggio di estremità. Si hanno i seguenti dati geometrici:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm};$$

$$A_s = 3\phi 18; \quad A'_s = 2\phi 18;$$

Si hanno inoltre i due momenti agenti:

$$M_{Ed}(+) = 75.2 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = -3.7 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di trazione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece comprimendo le barre. Data la bassa entità del momento negativo ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento positivo.

Trazione

Si calcola la tensione indotta su A_s dal momento positivo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2bx f_{cd}/\epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x(d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x(x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000607; \quad x = 155 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x = 0.0011975,$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 239.5 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.355 \text{ m}$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

- ↳ Ferri piegati → Tipologia “b” da figura 8.3 del punto 8.4.4(1) delle norme EN 1992-1-1
- ↳ $c_d = \min(a/2, c_1, c)$ (a) $c_d = \min(a/2, c_1) = 31 \text{ mm}$ (b)
 - ↳ $a = 92 \text{ mm}$ (interferro)
 - ↳ $c = 31 \text{ mm}$ (copriferro)
 - ↳ $c_1 = 31 \text{ mm}$ (copriferro laterale)

$$\alpha_2 = 1.0$$

- ↳ $0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - 3\phi)/\phi \leq 1.0$ (barre piegate in trazione)
- ↳ c_d : si veda calcolo di α_1
- ↳ $\phi 18$

$$\alpha_3 = 0.99$$

- ↳ $0.7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1.0$ (barra in trazione)
- ↳ $K = 0.05$ (caso peggiorativo: barra interna a staffa su tratto dritto)
- ↳ $\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min})/A_s = 0.19$
 - ↳ $A_s = \phi 18 = 254 \text{ mm}^2$
 - ↳ $\Sigma A_{st,min} = 0.25 A_s$
 - ↳ $\Sigma A_{st} = 2\phi 50/200 \cdot 1000 \cdot l_{bd} = 200 \text{ mm}^2$
 - ↳ $l_{bd} = 0.35 \text{ m}$ (Lunghezza di ancoraggio prevista)

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

- ↳ $0.7 \leq \alpha_5 = 1 - 0.04p \leq 1.0$
- ↳ $p = 0.00 \text{ MPa}$ (pressione laterale considerata)

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.246 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) = 0.180 \text{ m}$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A_s dal momento negativo. Si considera la sezione invertita ($A_s \rightarrow A'_s$; $A'_s \rightarrow A_s$; $d \rightarrow (h - d'')$; $d' \rightarrow d''$) soggetta a momento positivo. Si è così interessati alla tensione σ'_{sd} sulle armature compresse. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x (x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000087; \quad x = 122 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs} (x - d'')/x = 0.0000211;$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma'_{sd} = E_s \cdot \epsilon'_s = 4.2 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon'_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.006 \text{ m} \quad (\text{come intuibile sarà la trazione o il requisito minimo a condizionare la } l_{bd})$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$\alpha_3 = 1.0$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.004 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.6 l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.180 \text{ m}$$

Scelta della lunghezza di ancoraggio

Si è in grado di scegliere la lunghezza di ancoraggio tenendo conto del massimo tra lunghezza richiesta da calcolo in compressione, in trazione e requisiti minimi. Risulta una lunghezza di:

$$l_{bd} = 0.246 \text{ m}$$

Si sceglie di adottare:

$$l_{bd,prov} = 0.250 \text{ m}$$

Nota: se fosse stata utilizzata $\sigma_{sd} = f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$ si sarebbe ottenuto:

$$\text{Trazione:} \quad l_{b,rqd} = 0.58 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.402 \text{ m}; \quad l_{b,min} = 0.180 \text{ m}$$

$$\text{Compressione:} \quad l_{b,rqd} = 0.58 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.406 \text{ m}; \quad l_{b,min} = 0.348 \text{ m}$$

4.4.4. Appoggio A7: ferri superiori

All'appoggio A1 si devono ancorare $3\phi 18$ superiori relativi ad una sezione tipo S4 ribaltata. Le barre andranno ad essere ancorate dritte nel setto adiacente del vano scale in corrispondenza dell'appoggio di estremità. Si hanno i seguenti dati geometrici:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm};$$

$$A_s = 2\phi 18; \quad A'_s = 3\phi 18;$$

Si hanno inoltre i due momenti agenti:

$$M_{Ed}(+) = 38.2 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = -119.8 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di compressione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece tirando le barre. Data la bassa entità del momento positivo ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento negativo.

Trazione

Si calcola la tensione indotta su A'_s dal momento negativo. Si considera la sezione invertita ($A_s \rightarrow A'_s$; $A'_s \rightarrow A_s$; $d \rightarrow (h - d'')$; $d' \rightarrow d''$) soggetta a momento positivo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x (x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000968; \quad x = 155 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature tese:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0.001908,$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 381.5 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 0.7$ (condizioni di bassa aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2.13 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd}) = 0.807 \text{ m}$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

↳ Ferri piegati → Tipologia "a" da figura 8.3 del punto 8.4.4(1) delle norme EN 1992-1-1

$$↳ c_d = \min(a/2, c_1, c) \quad (a) \quad c_d = \min(a/2, c_1) = 31 \text{ mm} \quad (b)$$

$$↳ a = 92 \text{ mm} \quad (\text{interferro})$$

$$↳ c = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro})$$

$$↳ c_1 = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro laterale})$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$↳ 0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - 3\phi) / \phi \leq 1.0 \quad (\text{barre piegate in trazione})$$

$$↳ c_d: \text{ si veda calcolo di } \alpha_1$$

$$↳ \phi 18$$

$$\alpha_3 = 0.96$$

$$↳ 0.7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1.0 \quad (\text{barra in trazione})$$

$$↳ K = 0.05 \quad (\text{caso peggiorativo: barra interna a staffa, non su spigolo})$$

$$↳ \lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min}) / A_s = 0.82$$

$$↳ A_s = \phi 18 = 254 \text{ mm}^2$$

$$↳ \Sigma A_{st,min} = 0.25 A_s$$

$$↳ \Sigma A_{st} = 2\phi 50 / 150 \cdot 1000 \cdot l_{bd} = 400 \text{ mm}^2$$

$$L \quad l_{bd} = 0.60 \text{ m} \quad (\text{Lunghezza di ancoraggio prevista})$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

$$L \quad 0.7 \leq \alpha_5 = 1 - 0.04p \leq 1.0$$

$$L \quad p = 0.00 \text{ MPa} \quad (\text{pressione laterale considerata})$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.542 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.3l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.242 \text{ m}$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A'_s dal momento positivo. Si è così interessati alla tensione σ'_{sd} sulle armature compresse. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x (x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000324; \quad x = 122 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs} (x - d'') / x = 0.0000211;$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma'_{sd} = E_s \cdot \epsilon'_s = 43.6 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon'_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 7.0$ (condizioni di bassa aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2.13 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd}) = 0.092 \text{ m} \quad (\text{come intuibile sarà la trazione o il requisito minimo a condizionare la } l_{bd})$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$\alpha_3 = 1.0$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.0065 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.6 l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.180 \text{ m}$$

Scelta della lunghezza di ancoraggio

Si è in grado di scegliere la lunghezza di ancoraggio tenendo conto del massimo tra lunghezza richiesta da calcolo in compressione, in trazione e requisiti minimi. Risulta una lunghezza di:

$$l_{bd} = 0.542 \text{ m}$$

Si sceglie di adottare:

$$l_{bd,prov} = 0.55 \text{ m}$$

Nota: se fosse stata utilizzata $\sigma_{sd} = f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$ si sarebbe ottenuto:

$$\text{Trazione: } l_{b,rqd} = 0.828 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.556 \text{ m}; l_{b,min} = 0.248 \text{ m}$$

$$\text{Compressione: } l_{b,rqd} = 0.828 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.580 \text{ m}; l_{b,min} = 0.497 \text{ m}$$

4.4.5. Appoggio A3: ferri superiori $\phi 20$

In corrispondenza dell'appoggio A3 si devono ancorare $2\phi 20$ superiori relativi ad una sezione tipo S1. La coordinata della trave dalla quale si calcola l'ancoraggio è: $z=820 \text{ cm}$. Le barre sono dritte. Alla coordinata considerata si hanno i seguenti dati geometrici della relativa sezione resistente:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d'' = 55 \text{ mm};$$

$$A_s = 4\phi 18; \quad A'_s = 5\phi 18 + 2\phi 20;$$

Si hanno inoltre i due momenti agenti:

$$M_{Ed}(+) = 106.1 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = -203.5 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di compressione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece tirando le barre. Ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento negativo.

Trazione

Si calcola la tensione indotta su A'_s dal momento negativo. Si considera la sezione invertita ($A_s \rightarrow A'_s$; $A'_s \rightarrow A_s$; $d \rightarrow (h - d'')$; $d' \rightarrow d''$) soggetta a momento positivo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x (x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.001148; \quad x = 202 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature tese:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0.001382,$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 276.4 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 0.7$ (condizioni di bassa aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2.13 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.650 \text{ m}$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

↳ Ferri piegati → Tipologia “a” da figura 8.3 del punto 8.4.4(1) delle norme EN 1992-1-1

$$c_d = \min(a/2, c_1, c) = 18.5 \text{ mm} \quad (a) \quad c_d = \min(a/2, c_1) \quad (b)$$

$$a = 37 \text{ mm} \quad (\text{interferro})$$

$$c = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro})$$

$$c_1 = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro laterale})$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - \phi)/\phi \leq 1.0 \quad (\text{barre dritte in trazione})$$

$$c_d: \text{ si veda calcolo di } \alpha_1$$

$$\phi 20$$

$$\alpha_3 = 0.97$$

$$0.7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1.0 \quad (\text{barra in trazione})$$

$$K = 0.05 \quad (\text{caso peggiorativo: barra interna a staffa, non su spigolo})$$

$$\lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min})/A_s = 0.66$$

$$A_s = \phi 20 = 314 \text{ mm}^2$$

$$\Sigma A_{st,min} = 0.25 A_s$$

$$\Sigma A_{st} = 2\phi 50/100 \cdot 1000 \cdot l_{bd} = 600 \text{ mm}^2$$

$$l_{bd} = 0.60 \text{ m} \quad (\text{Lunghezza di ancoraggio prevista})$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

$$0.7 \leq \alpha_5 = 1 - 0.04p \leq 1.0$$

$$p = 0.00 \text{ MPa} \quad (\text{pressione laterale considerata})$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.440 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.3l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.200 \text{ m}$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A'_s dal momento positivo. Si è così interessati alla tensione σ'_{sd} sulle armature compresse. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd}/\epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x(d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x(x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000583; \quad x = 144 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs}(x - d'')/x = 0.000361;$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma'_{sd} = E_s \cdot \epsilon'_s = 72.2 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon'_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 7.0$ (condizioni di bassa aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 2.13 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.170 \text{ m} \quad \text{(come intuibile sarà la trazione o il requisito minimo a condizionare la } l_{bd})$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$\alpha_3 = 1.0$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.119 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.6 l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.180 \text{ m}$$

Scelta della lunghezza di ancoraggio

Si è in grado di scegliere la lunghezza di ancoraggio tenendo conto del massimo tra lunghezza richiesta da calcolo in compressione, in trazione e requisiti minimi. Risulta una lunghezza di:

$$l_{bd} = 0.440 \text{ m}$$

Si sceglie di adottare:

$$l_{bd,prov} = 0.450 \text{ m}$$

Nota: se fosse stata utilizzata $\sigma_{sd} = f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$ si sarebbe ottenuto:

$$\text{Trazione:} \quad l_{b,rqd} = 0.920 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.623 \text{ m}; \quad l_{b,min} = 0.276 \text{ m}$$

$$\text{Compressione:} \quad l_{b,rqd} = 0.920 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.644 \text{ m}; \quad l_{b,min} = 0.552 \text{ m}$$

4.4.6. Campata 5: $\Phi 18$ inferiore

In corrispondenza della campata 5 si deve ancorare 1 ϕ 18 inferiore relativi ad una sezione tipo S2. La coordinata della sezione dalla quale si calcola la lunghezza di ancoraggio è $z=1840$ cm. Si hanno i seguenti dati geometrici:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm};$$

$$A_s = 5\phi 18; \quad A'_s = 2\phi 18;$$

Si hanno inoltre i due momenti agenti:

$$M_{Ed}(+) = 168.4 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = -47.2 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di trazione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece comprimendo le barre. Data la bassa entità del momento negativo ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento positivo.

Trazione

Si calcola la tensione indotta su A_s dal momento positivo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x (x/3 - d'') = M_{Ed}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.001169; \quad x = 191 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x = 0.001648,$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 329.5 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd}) = 0.542 \text{ m}$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

└ Ferri piegati → Tipologia "a" da figura 8.3 del punto 8.4.4(1) delle norme EN 1992-1-1

$$\text{└ } c_d = \min(a/2, c_1, c) = 18.5 \text{ mm} \quad (\text{a}) \quad c_d = \min(a/2, c_1) \quad (\text{b})$$

$$\text{└ } a = 37 \text{ mm} \quad (\text{interferro})$$

$$\text{└ } c = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro})$$

$$\text{└ } c_1 = 31 \text{ mm} \quad (\text{copriferro laterale})$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$\text{└ } 0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - \phi) / \phi \leq 1.0 \quad (\text{barre dritte in trazione})$$

$$\text{└ } c_d: \text{ si veda calcolo di } \alpha_1$$

$$\text{└ } \phi 18$$

$$\alpha_3 = 1.0$$

$$\begin{aligned} \text{L } 0.7 \leq \alpha_3 = 1 - K\lambda \leq 1.0 & \quad (\text{barra in trazione}) \\ \text{L } K = 0.05 & \quad (\text{caso peggiorativo: barra interna a staffa su tratto dritto}) \\ \text{L } \lambda = (\Sigma A_{st} - \Sigma A_{st,min})/A_s = -0.61 & \\ \text{L } A_s = \phi 18 = 254 \text{ mm}^2 & \\ \text{L } \Sigma A_{st,min} = 0.25 A_s & \\ \text{L } \Sigma A_{st} = 2\phi 50/200 \cdot 1000 \cdot l_{bd} = 200 \text{ mm}^2 & \\ \text{L } l_{bd} = 0.40 \text{ m} & \quad (\text{Lunghezza di ancoraggio prevista}) \end{aligned}$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

$$\begin{aligned} \text{L } 0.7 \leq \alpha_5 = 1 - 0.04p \leq 1.0 & \\ \text{L } p = 0.00 \text{ MPa} & \quad (\text{pressione laterale considerata}) \end{aligned}$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.380 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.3l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) = 0.200 \text{ m}$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A_s dal momento negativo. Si considera la sezione invertita ($A_s \rightarrow A'_s$; $A'_s \rightarrow A_s$; $d \rightarrow (h - d'')$; $d' \rightarrow d''$) soggetta a momento positivo. Si è così interessati alla tensione σ'_{sd} sulle armature compresse. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere il sistema di equazioni semi-accoppiate:

$$\begin{aligned} 1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x &= 0 \\ A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x/3) + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'') / x (x/3 - d'') &= M_{Ed} \end{aligned}$$

Questo sistema porge come soluzioni:

$$\epsilon_{cs} = 0.000347; \quad x = 110 \text{ mm};$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le deformazioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs} (x - d'') / x = 0.000221;$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma'_{sd} = E_s \cdot \epsilon'_s = 44.2 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon'_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd}) = 0.073 \text{ m} \quad (\text{come intuibile sarà la trazione o il requisito minimo a condizionare la } l_{bd})$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0$$

$$\alpha_2 = 1.0$$

$$\alpha_3 = 1.0$$

$$\alpha_4 = 0.7$$

$$\alpha_5 = 1.0$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.051 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.6l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm) = 0.180 \text{ m}$$

Scelta della lunghezza di ancoraggio

Si è in grado di scegliere la lunghezza di ancoraggio tenendo conto del massimo tra lunghezza richiesta da calcolo in compressione, in trazione e requisiti minimi. Risulta una lunghezza di:

$$l_{bd} = 0.380 \text{ m}$$

Si sceglie di adottare:

$$l_{bd,prov} = 0.400 \text{ m}$$

Nota: se fosse stata utilizzata $\sigma_{sd} = f_{yd} = 391.3 \text{ MPa}$ si sarebbe ottenuto:

Trazione: $l_{b,rqd} = 0.644 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.451 \text{ m}; l_{b,min} = 0.200 \text{ m}$

Compressione: $l_{b,rqd} = 0.644 \text{ m} \rightarrow l_{bd} = 0.451 \text{ m}; l_{b,min} = 0.386 \text{ m}$

4.4.7. Riassunto delle lunghezze di ancoraggio

Allo stesso modo dei casi specifici presentati il calcolo della lunghezza di ancoraggio viene fatto per ogni ferro longitudinale presente lungo la trave. Sono stati calcolati sia i valori derivanti dall'assunzione di $\sigma_{sd} = f_{yd}$ che quelli provenienti dal calcolo rigoroso dello sforzo σ_{sd} agente sulle barre considerate. Questo è stato fatto per avere una comparazione in termini di vantaggio di messa in opera e potenziale risparmio di quantitativo di armatura anche dal punto di vista economico. La scelta finale delle lunghezze di ancoraggio sarà quella derivante dal calcolo rigoroso di σ_{sd} . Si illustrano i risultati di calcolo in forma di tabella per gli ancoraggi dei ferri superiori e inferiori. Le righe evidenziate corrispondono al calcolo della lunghezza di ancoraggio per gli esempi presentati in precedenza.

Lunghezze di ancoraggio - FERRI INFERIORI: calcolo con $\sigma_{sd} = f_{yd}$

Ancoraggio		Trazione			Compressione			
z [cm]	Ferro	M _{Ed} (+) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	M _{Ed} (-) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	l _{bd,prov} [m]
0	3Φ18 inf	75.2	391.3	0.402	-3.7	-391.3	0.406	0.450
385	2Φ18 inf	118.3	391.3	0.404	-144.8	-391.3	0.406	0.450
680	2Φ18 inf	122.3	391.3	0.404	-200.7	-391.3	0.406	0.450
710	1Φ18 inf	74.2	391.3	0.356	-267.6	-391.3	0.406	0.450
800	2Φ18 inf	78.4	391.3	0.404	-267.6	-391.3	0.406	0.450
1105	2Φ18 inf	95.5	391.3	0.404	-242.0	-391.3	0.406	0.450
1215	2Φ18 inf	77.8	391.3	0.404	-214.6	-391.3	0.406	0.450
1570	2Φ18 inf	82.7	391.3	0.404	-198.3	-391.3	0.406	0.450
1745	2Φ18 inf	79.4	391.3	0.404	-183.7	-391.3	0.406	0.450
1840	1Φ18 inf	168.4	391.3	0.451	-47.2	-391.3	0.451	0.500

2065	1Φ18 inf	170.1	391.3	0.404	0.0	-391.3	0.406	0.450
2160	2Φ18 inf	83.8	391.3	0.404	-102.2	-391.3	0.406	0.450
2665	2Φ18 inf	38.2	178.9	0.180	-119.8	-143.5	0.180	0.200

Lunghezze di ancoraggio - FERRI INFERIORI: calcolo rigoroso di σ_{sd}

Ancoraggio		Trazione			Compressione			
z [cm]	Ferro	M _{Ed} (+) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	M _{Ed} (-) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	l _{bd,prov} [m]
0	3Φ18 inf	75.2	239.5	0.246	-3.7	-4.2	0.180	0.250
385	2Φ18 inf	118.3	229.3	0.237	-144.8	-122.2	0.180	0.250
680	2Φ18 inf	122.3	237.0	0.245	-200.7	-169.4	0.180	0.250
710	1Φ18 inf	74.2	381.5	0.353	-267.6	-213.4	0.221	0.400
800	2Φ18 inf	78.4	188.7	0.195	-267.6	-213.4	0.221	0.250
1105	2Φ18 inf	95.5	229.8	0.237	-242.0	-193.0	0.200	0.250
1215	2Φ18 inf	77.8	187.2	0.193	-214.6	-170.7	0.180	0.200
1570	2Φ18 inf	82.7	196.2	0.203	-198.3	-168.2	0.180	0.250
1745	2Φ18 inf	79.4	188.4	0.195	-183.7	-152.4	0.180	0.200
1840	1Φ18 inf	168.4	329.5	0.380	-47.2	-44.2	0.180	0.400
2065	1Φ18 inf	170.1	332.8	0.344	0.0	0.0	0.180	0.350
2160	2Φ18 inf	83.8	198.8	0.205	-102.2	-91.6	0.180	0.250
2665	2Φ18 inf	38.2	178.9	0.180	-119.8	-143.5	0.180	0.200

Lunghezze di ancoraggio - FERRI SUPERIORI: calcolo con $\sigma_{sd} = f_{yd}$

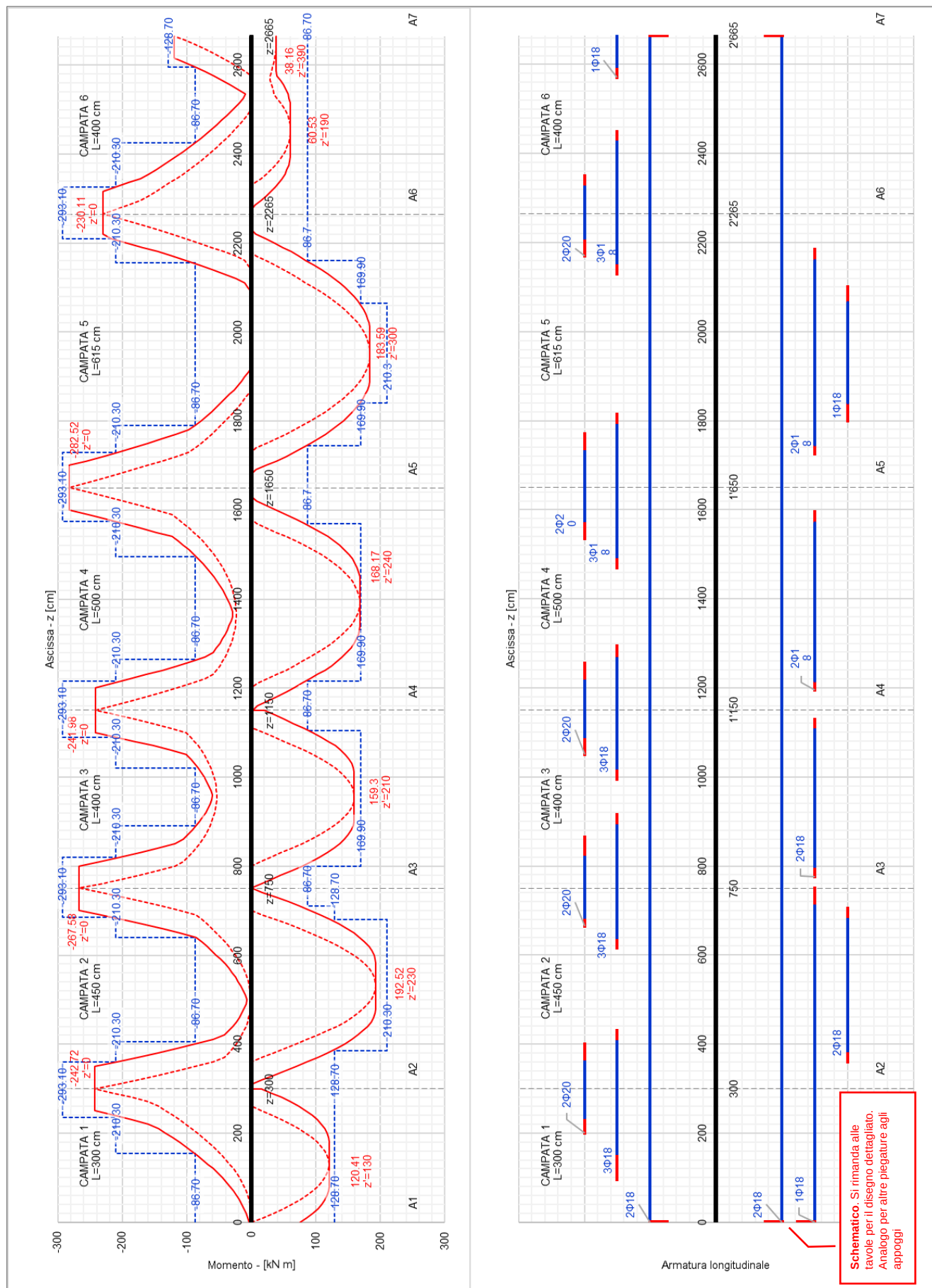
Ancoraggio		Compressione			Trazione			
z [cm]	Ferro	M _{Ed} (+) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	M _{Ed} (-) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	l _{bd,prov} [m]
0	2Φ18 sup	75.2	-90.1	0.180	-3.7	11.8	0.248	0.250
150	3Φ18 sup	120.4	-391.3	0.580	-83.6	391.3	0.517	0.600
235	2Φ20 sup	101.7	-391.3	0.580	-186.1	391.3	0.517	0.600
360	2Φ20 sup	86.1	-391.3	0.580	-208.6	391.3	0.517	0.600
405	3Φ18 sup	144.7	-391.3	0.580	-86.7	391.3	0.517	0.600
640	3Φ18 sup	167.7	-391.3	0.580	-85.8	391.3	0.517	0.600
685	2Φ20 sup	122.3	-391.3	0.580	-200.7	391.3	0.517	0.600
820	2Φ20 sup	106.1	-391.3	0.644	-203.5	391.3	0.623	0.650
890	3Φ18 sup	157.6	-391.3	0.580	-85.6	391.3	0.517	0.600
1020	3Φ18 sup	158.0	-391.3	0.580	-82.7	391.3	0.517	0.600
1090	2Φ20 sup	108.4	-391.3	0.580	-210.6	391.3	0.517	0.600
1215	2Φ20 sup	77.8	-391.3	0.580	-214.6	391.3	0.517	0.600
1265	3Φ18 sup	132.9	-391.3	0.580	-93.3	391.3	0.517	0.600
1495	3Φ18 sup	156.2	-391.3	0.580	-82.2	391.3	0.517	0.600
1575	2Φ20 sup	82.7	-391.3	0.580	-198.3	391.3	0.517	0.600
1730	2Φ20 sup	66.6	-391.3	0.580	-207.2	391.3	0.517	0.600
1790	3Φ18 sup	133.9	-391.3	0.580	-87.1	391.3	0.517	0.600
2155	3Φ18 sup	96.0	-391.3	0.580	-81.6	391.3	0.517	0.600
2210	2Φ20 sup	21.9	-391.3	0.580	-217.5	391.3	0.517	0.600
2325	2Φ20 sup	36.8	-391.3	0.580	-209.9	391.3	0.517	0.600
2425	3Φ18 sup	60.5	-391.3	0.580	-87.5	391.3	0.517	0.600
2595	1Φ18 sup	38.1	-391.3	0.580	-87.5	391.3	0.517	0.600
2665	3Φ18 sup	38.2	-391.3	0.580	-119.8	391.3	0.556	0.600

Lunghezze di ancoraggio - FERRI SUPERIORI: calcolo rigoroso di σ_{sd}

Ancoraggio		Compressione			Trazione			
z [cm]	Ferro	M _{Ed} (+) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	M _{Ed} (-)[kNm]	σ_{sd} [MPa]	l _{bd} [m]	l _{bd,prov} [m]
0	2Φ18 sup	75.2	-90.1	0.180	-3.7	11.8	0.248	0.250
150	3Φ18 sup	120.4	-130.1	0.193	-83.6	162.0	0.580	0.600
235	2Φ20 sup	101.7	-70.1	0.180	-186.1	258.5	0.342	0.350
360	2Φ20 sup	86.1	-59.3	0.180	-208.6	289.8	0.383	0.400
405	3Φ18 sup	144.7	-130.2	0.180	-86.7	165.8	0.219	0.250
640	3Φ18 sup	167.7	-141.6	0.180	-85.8	164.1	0.217	0.250
685	2Φ20 sup	122.3	-84.3	0.180	-200.7	117.8	0.180	0.200
820	2Φ20 sup	106.1	-72.2	0.180	-203.5	276.4	0.440	0.450
890	3Φ18 sup	157.6	-136.9	0.180	-85.6	173.4	0.229	0.250
1020	3Φ18 sup	158.0	-137.3	0.180	-82.7	167.6	0.221	0.250
1090	2Φ20 sup	108.4	-74.7	0.180	-210.6	289.1	0.382	0.400
1215	2Φ20 sup	77.8	-53.6	0.180	-214.6	294.6	0.389	0.400
1265	3Φ18 sup	132.9	-115.5	0.180	-93.3	189.0	0.250	0.300
1495	3Φ18 sup	156.2	-135.7	0.180	-82.2	166.5	0.220	0.250
1575	2Φ20 sup	82.7	-57.0	0.180	-198.3	272.3	0.360	0.400
1730	2Φ20 sup	66.6	-45.9	0.180	-207.2	284.6	0.376	0.400
1790	3Φ18 sup	133.9	-116.4	0.180	-87.1	176.5	0.233	0.250
2155	3Φ18 sup	96.0	-89.9	0.180	-81.6	167.1	0.221	0.250
2210	2Φ20 sup	21.9	-15.1	0.180	-217.5	298.6	0.394	0.400
2325	2Φ20 sup	36.8	-25.4	0.180	-209.9	288.2	0.248	0.250
2425	3Φ18 sup	60.5	-56.6	0.180	-87.5	179.2	0.237	0.250
2595	1Φ18 sup	38.1	-43.5	0.180	-87.5	291.7	0.242	0.250
2665	3Φ18 sup	38.2	-43.6	0.180	-119.8	381.5	0.542	0.550

Verranno adottate le lunghezze di ancoraggio provenienti dal calcolo rigoroso di σ_{sd} .

4.4.8. Disposizione delle armature longitudinali con ancoraggio



4.5. Lunghezze di sovrapposizione

Le lunghezze di sovrapposizione sono previste e finalizzate al corretto trasferimento degli sforzi tra le barre. Il seguente calcolo è riferito alle barre $\phi 18$ correnti superiori e inferiori della trave. Le sovrapposizioni dovranno essere localizzate nelle zone della trave a basso momento flettente come suggerito dalla normativa. Sono disposte simmetricamente. Il calcolo viene eseguito secondo il punto 8.7.3 (Lap length) delle norme EN 1992-1-1.

Si calcola la lunghezza di ancoraggio di progetto:

$$l_0 = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_5 \alpha_6 l_{b,rqd} \geq l_{0,min};$$

In questa:

- α_1) Il coefficiente α_1 tiene conto della forma della barra. si tiene conto di barra dritta che sia in tensione che in compressione implica valore di α_1 unitario. Per cui:

$$\alpha_1 = 1.0;$$

- il coefficiente α_2 tiene conto del copriferro. Si considera barra dritta:

$$0.7 \leq \alpha_2 = 1 - 0.15(c_d - \phi)/\phi \leq 1.0 \quad \text{per compressione}$$

$$\alpha_2 = 1.0 \quad \text{per trazione}$$

Si considera univocamente:

$$\alpha_2 = 1.0$$

- il coefficiente α_3 tiene conto dell'effetto di confinamento da armatura trasversale. Si terrà conto di $\alpha_3 = 1.0$
- il coefficiente α_5 tiene conto dell'effetto di confinamento per pressioni trasversali. Si tiene conto di una pressione trasversale $p = 0 \text{ MPa}$. Per cui:

$$\alpha_5 = 1 - 0.04p = 1.0;$$

Risultano verificate le limitazioni sul valore $\alpha_5 \leq 1$ e $\alpha_5 \geq 0.7$.

- il coefficiente α_6 tiene conto della percentuale di sovrapposizione delle barre. Si calcola ρ_1 come il rapporto tra quantità di barre sovrapposte in una distanza presa dalla metà della lunghezza l_0 che si sta calcolando in una lunghezza di $0.65 l_0$ con il quantitativo di armatura longitudinale considerando l'intera sezione. Si considera un valore di $\rho_1 = 50\%$ in quanto si andranno a sovrapporre le barre correnti sul livello inferiore in corrispondenza della stessa ascissa della trave. Le barre superiori verranno sovrapposte alla stessa ascissa mantenendosi a distanza sufficiente dalla sovrapposizione fatta sulle barre inferiori. Si individua quindi il valore di α_6 :

$$\alpha_6 = 1.4;$$

- Si calcola la basic anchorage length che tiene conto del tipo di acciaio e delle proprietà di aderenza delle barre:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.58 \text{ m} \rightarrow 0.60 \text{ m}$$

σ_{sd} è la tensione di progetto della barra nella posizione da cui si misura l'ancoraggio. Viene assunta f_{yd} considerando un caso peggiorativo.

$$\sigma_{sd} = f_{yd};$$

$$- \quad l_{0,min} \geq \max(0.3 \alpha_6 l_{b,rqd}; 15\phi; 200mm) = 0.27m$$

Si ottiene:

$$l_0 = 0.60 \, m > l_{0,min} = 0.27m;$$

Si considera quindi una lunghezza di sovrapposizione pari a 60 cm.

4.6. Progetto e verifica a SLU di taglio

4.6.1. Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio

Si deve verificare se la trave priva di armatura a taglio resiste all'azione tagliante. Per farlo ci si riferirà al procedimento descritto al punto 6.2.2 delle norme EN 1992-1-1 (Members not requiring design shear reinforcement).

Si deve calcolare:

$$V_{Rd,c} = [C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d$$

Valore non minore di:

$$V_{Rd,c} = (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d$$

In questa relazione:

$$C_{Rd,c} = 0.18 / \gamma_c = 0.12 \quad (\text{da National Annex})$$

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \quad (\text{termine che tiene conto del contributo positivo da ingran. inerti})$$

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0.02 \quad (\text{termine che tiene conto del contributo positivo da eff. dowell})$$

$$k_1 = 0.15 \quad (\text{coefficiente per l'effetto favorevole da azione assiale})$$

$$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c = 0.00 \text{ MPa} \quad (\text{elemento soggetto a flessione semplice})$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2}$$

Dove A_{sl} è il quantitativo di armatura longitudinale in trazione che si estende oltre la lunghezza $l_{bd} + d$ dalla sezione considerata. b_w è la base minima (base effettivamente resistente a taglio). Nello specifico caso si è utilizzato:

Appoggi A2, A3, A4, A5, A6

$$A_{sl} = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1898 \text{ mm}^2$$

$$b_w = 300 \text{ mm}$$

$$d = 445 \text{ mm} \quad (\text{sezioni tipo S1 e S6 negli appoggi A2,A3,A4,A5,A6})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.67$$

$$\rho_l = A_{sl} / (b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.014$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.414$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(105.2; 55.3) = 105.2 \text{ kN}$$

Considerato il taglio agente sugli appoggi A2,A3,A4,A5,A6 (valore minimo: $V_{Ed,A6,dx} = 205.82 \text{ kN}$) in nessun caso si è nelle condizioni di resistenza se non si inserisce armatura a taglio.

Per quanto riguarda gli appoggi di estremità:

Appoggio A1

$$A_{sl} = 2\phi 18 = 308 \text{ mm}^2$$

$$b_w = 300 \text{ mm}$$

$$d = 460 \text{ mm} \quad (\text{sezione tipo S4})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.66$$

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.008$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.410$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(79.5; 56.5) = 79.5 \text{ kN}$$

Anche in questo caso non si è in grado di sopportare l'azione tagliante all'appoggio A1 ($V_{Ed,A1,dx} = 186.54 \text{ kN}$) se non con l'inserimento di armature a taglio.

Appoggio A7

$$A_{sl} = 3\phi 18 = 462 \text{ mm}^2$$

$$b_w = 300 \text{ mm}$$

$$d = 460 \text{ mm} \quad (\text{sezione tipo S4 ribaltata})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.66$$

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.009$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.410$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(83.0 \text{ kN}; 56.5 \text{ kN}) = 83.0 \text{ kN}$$

Anche in questo caso non si è in grado di sopportare l'azione tagliante all'appoggio A7 ($V_{Ed,A7,sx} = 169.6 \text{ kN}$) se non con l'inserimento di armature a taglio.

Si è quindi mostrato per tutte le sezioni di appoggio della trave che si ha la necessità di inserire adeguata armatura a taglio. Questa verrà nelle successive fasi progettata e verificata.

4.6.2. Procedimento di progetto e verifica dell'armatura a taglio

Il progetto a taglio viene fatto considerando il modello a traliccio pluriconnesso costituito dai puntoni in calcestruzzo soggetti a compressione inclinati di un angolo θ e dai tiranti costituiti dalle armature metalliche.

Scelte preliminari: si sceglie di adottare un'armatura trasversale totalmente costituita da staffe ($\alpha = 90^\circ$) a 2 bracci adottando dei ferri $\phi 8$.

Si effettueranno i calcoli di progetto e verifica per la disposizione di armature a taglio lungo la trave, infine si illustrerà la sovrapposizione del diagramma di taglio resistente a quello di taglio agente per dimostrare che in ogni sezione si ha che lo sforzo agente è inferiore a quello massimo tollerabile.

Devono essere determinati il passo s e l'armatura trasversale A_{sw} . Il valore di θ è limitato secondo normativa dalla relazione:

$$1 \leq \coth \theta \leq 2.5 \rightarrow 45^\circ \geq \theta \geq 21.8^\circ;$$

Si riassumono le formule fornite da normativa per le verifiche a taglio:

$$V_{Rd,s} = A_{sw}/s z f_{ywd} (\coth \theta + \coth \alpha) \sin \alpha;$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\coth \theta + \coth \alpha) / (1 + \coth^2 \theta);$$

In particolare per la scelta di armatura trasversale con $\alpha = 90^\circ$ ossia $\coth \alpha = 0$ queste si semplificano in:

$$V_{Rd,s} = A_{sw}/s z f_{ywd} \coth \theta;$$

$$V_{Rd,max} = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\coth \theta + \tan \theta);$$

In queste relazioni:

b_w	è la base resistente a taglio
$\alpha_{cw} = 1.0$	per elementi non precompressi
$z = 0.9d$	per elementi soggetti a flessione semplice.
$v = 0.500$;	valore indicato da National Annex (valore sostitutivo all'espressione 6.6N delle norme EN-1992-1-1)

Il progetto si basa sul seguente schema a cascata:

→ Calcolo di $V_{Rd,max}(\coth \theta = 1)$

→ Se $V_{Ed} > V_{Rd,max}(\coth \theta = 1)$ si rende necessario un ridimensionamento della sezione. Il taglio resistente massimo è inferiore a quello agente. Indipendentemente dal quantitativo di armature trasversali inserito la trave non è in grado di resistere al taglio imposto;

→ Se $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}(\coth \theta = 1)$ si calcola $V_{Rd,max}(\coth \theta = 2.5)$;

→ Se $V_{Ed} > V_{Rd,max}(\coth \theta = 2.5)$:

→ Si calcola θ imponendo $V_{Ed} = V_{Rd,max}$;

→ Si calcola A_{sw} tale che $V_{Rd,s} = V_{Rd,max} = V_{Ed}$.

→ Se $V_{Ed} \leq V_{Rd,max}(\coth \theta = 2.5)$ è noto $\coth \theta = 2.5$ poiché deve rispettare l'intervallo imposto da normativa. Allora:

→ Si calcola $(A_{sw}/s_w)_{min}$ da normativa.

→ Si calcola $V_{Rd,s,min} = V_{Rd,s}((A_{sw}/s_w)_{min})$

→ Se $V_{Ed} > V_{Rd,s,min}$ si calcola s_w dall'eguaglianza $V_{Ed} = V_{Rd,s}$

→ Se $V_{Ed} \leq V_{Rd,s,min}$ si dispone l'armatura minima $(A_{sw}/s_w)_{min}$

In seguito a questo progetto ottimizzato si devono scegliere i valori effettivamente messi in opera di s_w e A_{sw} da cui deriva il quantitativo di armatura (A_{sw}/s_w) . Si calcola successivamente il taglio resistente. Il taglio resistente viene calcolato ponendo:

$$V_{Rd,s}(\coth(\theta)) = V_{Rd,max}(\coth(\theta))$$

Nel caso di $\alpha = 90^\circ \rightarrow \coth(\alpha) = 0$, questa può essere riscritta come segue:

$$A_{sw}f_{ywd}/(b_w s_s \alpha_{cw} v_1 f_{cd}) = \sin^2 \theta$$

Da questa si può ricavare θ e di conseguenza $\coth(\theta)$. Si può ricadere nei seguenti casi:

$\coth(\theta) > 2.5$ In tal caso il taglio resistente $V_{Rd} = V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.5)$, ossia si ha rottura dal lato delle armature trasversali per le limitazioni imposte da normativa.

$\coth(\theta) \leq 2.5$ In tal caso il taglio resistente è $V_{Rd} = V_{Rd,max}(\coth(\theta)) = V_{Rd,s}(\coth(\theta))$, ossia si ha rottura simultanea dei puntoni compressi e delle armature a taglio.

Per la verifica a SLU dovrà risultare vera la seguente disequazione:

$$V_{Ed} \leq V_{Rd};$$

inoltre per le indicazioni di dettaglio da normativa dovranno venire verificate le seguenti indicazioni:

- $s_w \leq 0.75 d$ e comunque non superiore a 300 mm

- $\rho_w = A_{sw}/(s_w b_w) \geq \rho_{w,min} = 0.08 \sqrt{f_{ck}}/f_{yk} = 0.00097$

In ogni caso dovrà essere presente un quantitativo minimo di tre staffe al metro. La prescrizione per la quale almeno il 50% delle armature a taglio debbano essere costituite da staffe verrà automaticamente rispettata per la scelta di $\alpha = 90^\circ$;

La verifica sul passo trasversale sarà soddisfatta in quanto la stessa base dell'elemento è inferiore alla distanza massima:

$$s_{w,transv,max} = 0.75 d = 345 \text{ mm}$$

4.6.3. Appoggio A2: progetto e verifica

Si riassumono i dati geometrici e dei materiali:

$$b_w = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 445 \text{ mm};$$

$$f_{yk} = 450 \text{ MPa}; \quad f_{ywd} = 391.3 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 90^\circ;$$

L'azione tagliante massima all'appoggio è:

$$V_{Ed} = 348.1 \text{ kN};$$

Si sceglie di disporre:

$$A_{sw} = 2\phi 8 = 100 \text{ mm}^2 \quad \text{dove 2 è il numero di bracci delle staffe}$$

Progetto

Si calcola il taglio massimo resistente che è vincolato dai puntoni in calcestruzzo e indipendente dal quantitativo di armatura trasversale:

$$V_{Rd,max}(\coth \theta = 1) = 0.5 \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} = 510.6 \text{ kN}$$

Il taglio agente è minore del taglio massimo resistente. Non si necessita di ridimensionamento. Si calcola il taglio compressione resistente per un valore di $\coth \theta = 2.5$:

$$V_{Rd,max}(\coth \theta = 2.5) = 0.345 \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} = 352.2 \text{ kN};$$

Il taglio agente è minore del taglio compressione relativo al valore $\coth \theta = 2.5$. Non è necessaria la determinazione del valore di θ in quanto si conosce già come vincolo da normativa il valore $\coth \theta = 2.5$ da cui il valore di $\theta = 21.8^\circ$. Si calcola il valore di taglio resistente minimo derivante dalle prescrizioni sul quantitativo minimo di armatura a taglio:

$$s_{w,max} = \min(300; 0.75 \cdot d; A_{sw}/(b_w \cdot \rho_{w,min})) = \min(300; 334; 342) = 300 \text{ mm}$$

$$(A_{sw}/s_w)_{min} = A_{sw}/s_{w,max} = 333 \text{ mm}^2/m$$

$$V_{Rd,s,min}(\coth(\theta) = 2.5) = (A_{sw}/s_w)_{min} z f_{ywd} \cdot 2.5 = 130.6 \text{ kN}$$

Il taglio agente risulta superiore a quello resistente relativo al quantitativo di armatura minima. È necessario infittire il passo rispetto a quello da armatura minima. Il passo ottimale lo si calcola ponendo:

$$V_{Ed} = V_{Rd,s}; \quad \text{per } \coth(\theta) = 2.5$$

$$V_{Ed} = A_{sw}/s z f_{ywd} \coth \theta; \quad \text{Ossia:} \quad V_{Ed} = (A_{sw}/s) z f_{ywd} 2.5;$$

Si ricava:

$$A_{sw}/s_w = 888 \text{ mm}^2/m$$

Avendo scelto $A_{sw} = 100 \text{ mm}^2$ si ricava il passo massimo:

$$s_w = 112.6 \text{ mm}$$

Si sceglie di disporre le staffe ogni 10 cm, ossia:

$$1\phi 8 / 10 \text{ cm} \quad (\text{Quantitativo di armatura trasversale})$$

$$A_{sw}/s_w = 1000 \text{ mm}^2/m$$

Verifiche

Si calcola il taglio resistente dall'equazione seguente valida per $\alpha = 90^\circ$:

$$A_{sw} f_{ywd} / (b_w s_w \alpha_{cw} v_1 f_{cd}) = \sin^2 \theta$$

Si ricava:

$$\theta = 23.1^\circ > 21.8^\circ \quad \coth(\theta) = 2.349 < 2.5$$

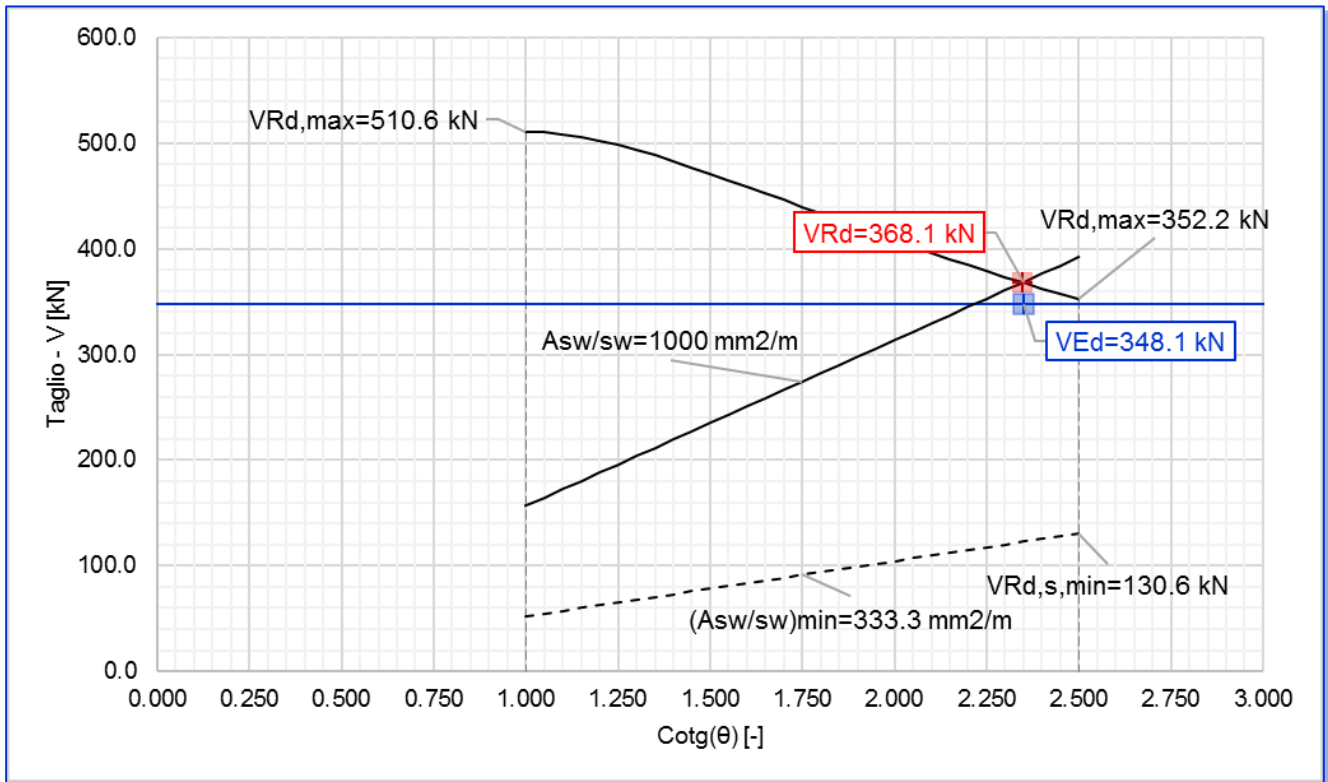
Ci si trova nel caso di simultanea rottura delle aste di parete compresse e di quelle tese. Il taglio resistente risulta:

$$V_{Rd,max}(\coth(\theta) = 2.349) = \alpha_{cw} b_w z v_1 f_{cd} (\coth \theta + \tan \theta) = 368.1 \text{ kN} \quad (\text{Taglio compressione})$$

$$V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.349) = A_{sw}/s z f_{ywd} \coth \theta = 368.1 \text{ kN} \quad (\text{Taglio trazione})$$

$$V_{Rd} = V_{Rd,max}(\coth(\theta)) = V_{Rd,s}(\coth(\theta)) = 368.1 \text{ kN} \geq V_{Ed} = 348.1 \text{ kN}$$

Si illustra di seguito il diagramma taglio / $\coth \theta$:



La verifica a SLU di taglio è soddisfatta. Si procede con le verifiche di dettaglio per l'armatura trasversale:

$$A_{sw}/(s_w b_w) = 0.00333 \geq 0.08 \sqrt{f_{ck}}/f_{yk} = 0.00097 \quad \text{Verifica soddisfatta}$$

$$s_w \leq 0.75 d = 356 \text{ mm} \quad \text{Verifica soddisfatta}$$

$$s_w \leq 300 \text{ mm} \quad \text{Verifica soddisfatta}$$

Data la scelta di $\alpha = 90^\circ$ per tutte le armature trasversali è automaticamente soddisfatta anche l'indicazione di affidare il 50% della resistenza necessaria alle staffe.

4.6.4. Calcolo tagli resistenti lungo la trave

Nelle sezioni lontane dagli appoggi il taglio sarà inferiore a quello agente sull'appoggio A2 considerato per il precedente calcolo di armatura trasversale. Dato che la sezione ha la stessa geometria, e nelle sezioni lontane dagli appoggi si ha $d = 460 \text{ mm}$, si avrà in ogni caso $\coth \theta = 2.5$. Si avrà quindi in ogni caso che $V_{Ed} < V_{Rd,max}(\coth \theta = 2.5)$.

Si riassumono i dati geometrici e dei materiali:

$$b_w = 300 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}; \quad d = 445 \text{ mm};$$

$$f_{ywk} = 450 \text{ MPa}; \quad f_{ywd} = 391.3 \text{ MPa}$$

Considerata l'armatura minima necessaria pari a:

$$s_{w,max} = \min(300; 0.75 \cdot d; A_{sw}/(b_w \cdot \rho_{w,min})) = \min(300; 334; 342) = 300 \text{ mm}$$

$$(A_{sw}/s_w)_{min} = A_{sw}/s_{w,max} = 333 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Nota: se si considerasse la normativa italiana (DM 17.01.2018 – Norme Tecniche per le Costruzioni - 2018) si avrebbe $(A_{sw}/s_w)_{min} = 1.5 b_w = 450 \text{ mm}^2/\text{m}$ da cui $s_{w,max} = 220 \text{ mm}$.

Si decide di disporre un passo massimo di $s_w = 200 \text{ mm}$.

Si prevede di disporre dei tratti a passo 150 mm e dei tratti a passo 200 mm, entrambi rispetteranno i requisiti di minima armatura. Si calcoleranno di seguito i tagli resistenti per i due tipi di tratti. In corrispondenza degli appoggi si disporranno le staffe con passo 100 mm come progettato e verificato per quanto riguarda l'appoggio A2.

$\phi 8 / 15 \text{ cm}$:

Si farà il calcolo con $d = 445 \text{ mm}$ (il passo 15 sarà infatti previsto in corrispondenza dell'appoggio A6 che ha una sezione con un'altezza utile di 445 mm).

Calcolo del quantitativo di armatura trasversale:

$$(A_{sw}/s_w) = 667 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Si calcola il taglio resistente dall'equazione seguente valida per $\alpha = 90^\circ$:

$$A_{sw}f_{ywd}/(b_w s_s \alpha_{cw} v_1 f_{cd}) = \sin^2 \theta$$

Si ricava:

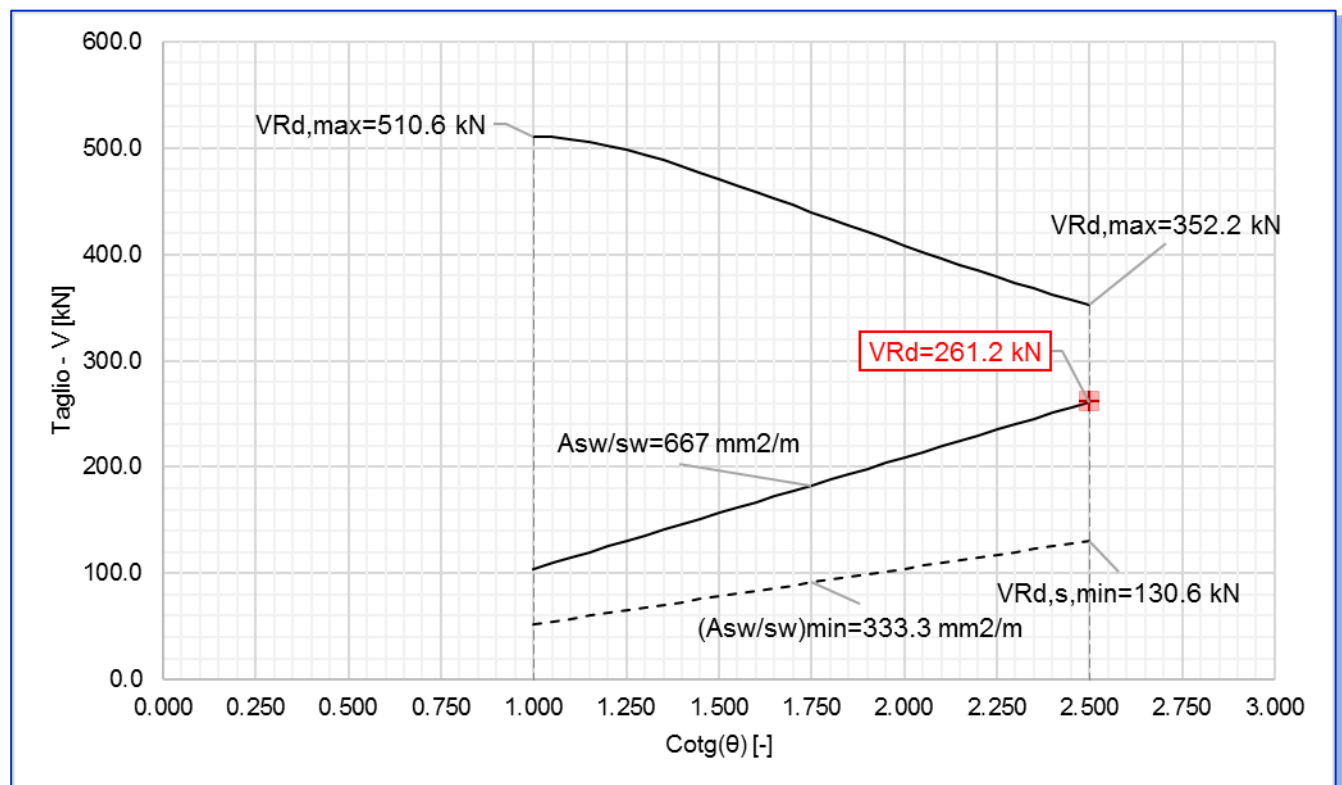
$$\theta < 21.8^\circ \quad \coth(\theta) > 2.5$$

Ci si trova nel caso di rottura delle aste di parete tese. Il taglio resistente risulta:

$$V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.500) = A_{sw}/s \cdot z f_{ywd} \coth \theta = 261.2 \text{ kN} \quad (\text{Taglio trazione})$$

$$V_{Rd} = V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.5) = 261.2 \text{ kN}$$

Si illustra di seguito il diagramma taglio / $\coth \theta$:



$\phi 8 / 20 \text{ cm}$:

Si farà il calcolo con $d = 460 \text{ mm}$. (il passo 20 sarà infatti previsto in corrispondenza dei nodi di estremità che hanno un'altezza utile di 460 mm)

Calcolo del quantitativo di armatura trasversale:

$$(A_{sw}/s_w) = 500 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Si calcola il taglio resistente dall'equazione seguente valida per $\alpha = 90^\circ$:

$$A_{sw}f_{ywd}/(b_w s_w \alpha_{cw} v_1 f_{cd}) = \sin^2 \theta$$

Si ricava:

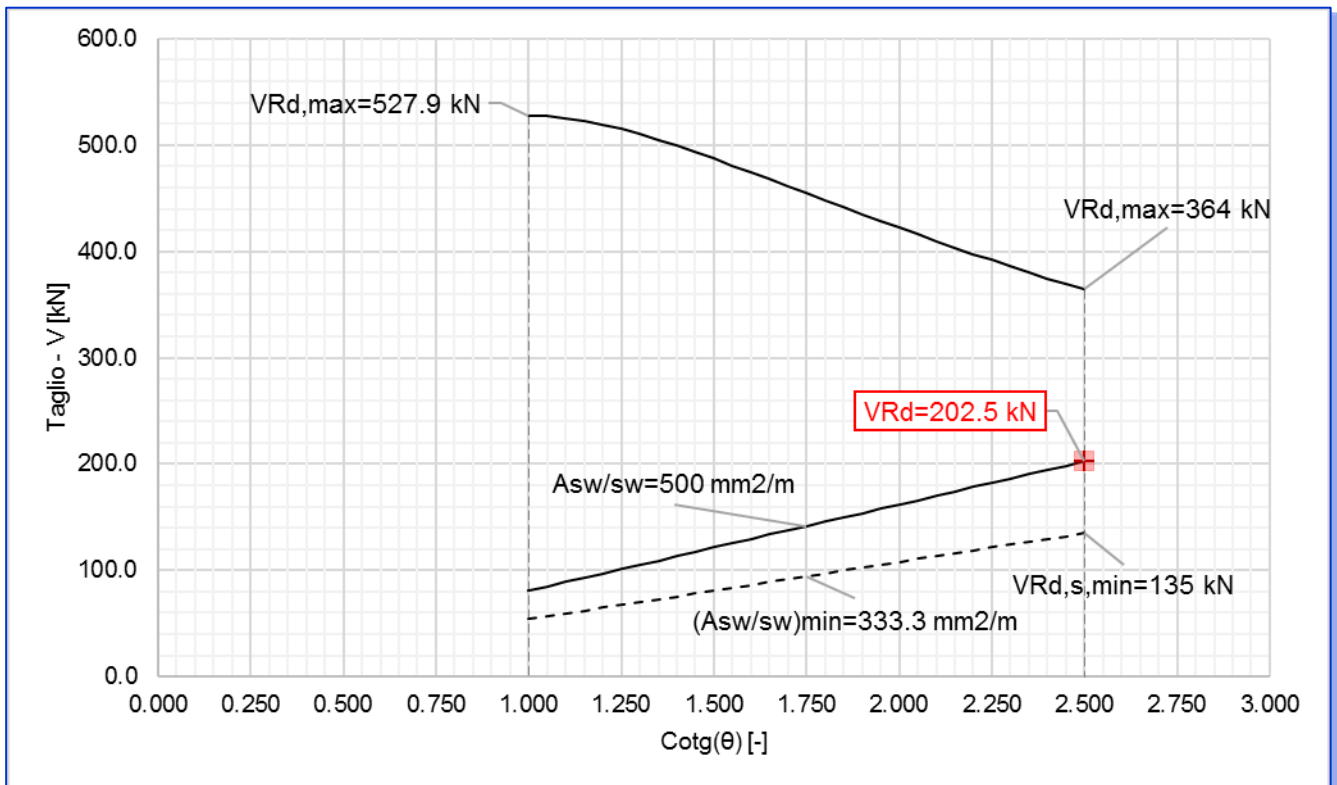
$$\theta < 21.8^\circ \quad \coth(\theta) > 2.5$$

Ci si trova nel caso di rottura delle aste di parete tese. Il taglio resistente risulta:

$$V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.500) = A_{sw}/s_w z f_{ywd} \coth \theta = 202.5 \text{ kN} \quad (\text{Taglio trazione})$$

$$V_{Rd} = V_{Rd,s}(\coth(\theta) = 2.5) = 202.5 \text{ kN}$$

Si illustra di seguito il diagramma taglio / $\coth \theta$:



Si mostra di seguito il soddisfacimento della verifica per tutti gli appoggi lungo la trave:

Verifica a SLU di taglio per gli appoggi

Sezione: $h=500 \text{ mm}$, $b_w=300 \text{ mm}$; Armatura trasversale: 2 bracci $\Phi 8$ ($A_{sw}=100 \text{ mm}^2$)

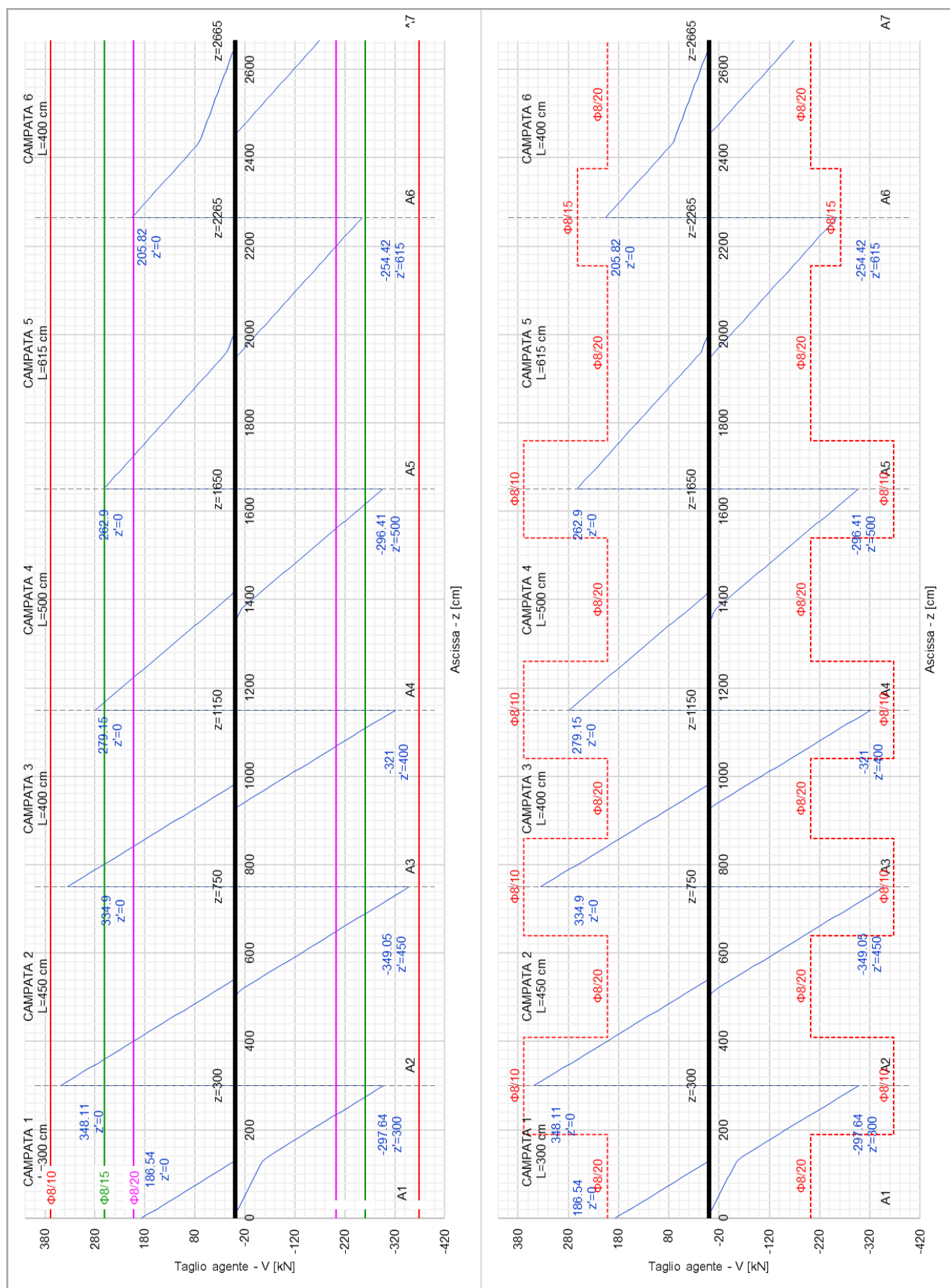
SEZIONE	V_{Ed} [kN]	d [mm]	s_w [mm]	A_{sw}/s_w [mm²/m]	$\cotg(\theta)$ [-]	Tipologia di crisi	V_{Rd} [kN]	$ V_{Ed} < V_{Rd}$
App. 1 - DX	186.54	460	200	500	2.500	Staffe	202.5	VERO
App. 2 - SX	-297.64	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO

App. 2 - DX	348.11	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 3 - SX	-349.05	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 3 - DX	334.90	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 4 - SX	-321.00	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 4 - DX	279.15	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 5 - SX	-296.41	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 5 - DX	262.90	445	100	1000	2.349	Simult.	368.1	VERO
App. 6 - SX	-254.42	445	150	667	2.500	Staffe	261.2	VERO
App. 6 - DX	205.82	445	150	667	2.500	Staffe	261.2	VERO
App. 7 - SX	-169.56	460	200	500	2.500	Staffe	202.5	VERO

In ogni caso si avrà:

$$s_{w,trasv} < b = 300mm < s_{w,trasv,max} = 0.75d = 345mm$$

4.6.5. Diagramma tagli agenti – tagli resistenti



4.7. Verifica a SLE di limitazione delle tensioni

Viene di seguito eseguita la verifica a SLE di limitazione delle tensioni sulle sezioni della trave. La limitazione viene effettuata con riferimento al punto 7.2 delle norme EN 1992-1-1.

Per quanto riguarda la combinazione caratteristica (CHAR) si devono verificare le seguenti relazioni:

$$\sigma_c \leq \sigma_{c,MAX,CHAR} = 0.60 \cdot f_{ck} = 18.00 \text{ MPa}$$

$$\sigma_s \leq \sigma_{s,MAX,CHAR} = 0.80 \cdot f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$

$$\sigma'_s \leq \sigma_{s,MAX,CHAR} = 0.80 \cdot f_{yk} = 360 \text{ MPa}$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente (QP) si devono invece verificare le seguenti relazioni:

$$\sigma_c \leq \sigma_{c,MAX,QP} = 0.45 \cdot f_{ck} = 13.50 \text{ MPa}$$

Per la combinazione quasi permanente sulle tensioni sull'acciaio la verifica tensionale è da effettuare nel caso in cui le tensioni siano indotte da stato deformativo imposto. Non si rientra in questo caso.

Si assume un coefficiente di omogeneizzazione che tiene conto degli effetti reologici dell'elemento strutturale. Si assume:

$$n = E_s/E_c = 15.0;$$

4.7.1. Sezione tipo S1

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 445 \text{ mm}; \quad d' = 55 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1901 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 189.24 \text{ kNm}; \quad (\text{Appoggio 5})$$

$$M_{QP} = 128.97 \text{ kNm}; \quad (\text{Appoggio 5})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature. Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S1.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinato solo da geometria e i materiali impiegati. A tal fine si pone che il momento statico rispetto all'asse neutro della sezione reagente sia nullo:

$$S_{nn} = bx^2/2 + nA'_s(x - d'') - nA_s(d - x) = 0;$$

Dall'equazione di grado secondo appena scritta è possibile esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n(A_s + A'_s)/b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d))/(n(A'_s + A_s)^2)}] = 197.5 \text{ mm}$$

Per ricavare la tensione massima del calcestruzzo si sfrutta la formula di Navier:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR}/I_{nn}x = 13.8 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

In questa:

$$I_{nn} = bx^3/3 + nA'_s(x - d'')^2 + nA_s(x - d)^2 = 2.706 \cdot 10^9 \text{ mm}^4;$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

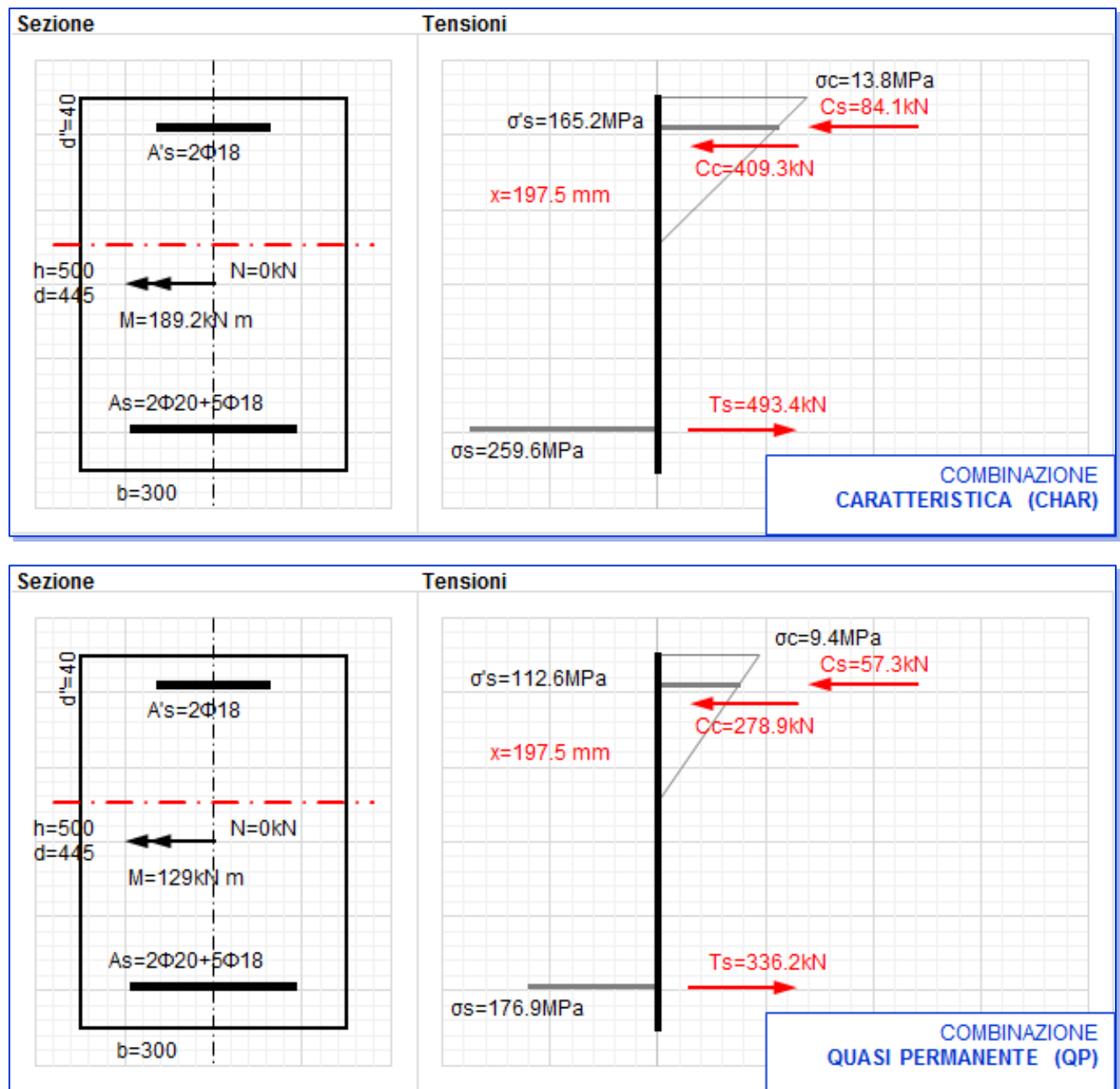
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (d - x) = 259.6 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360.0 \text{ MPa};$$

$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (x - d'') = 165.2 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360.0 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP} / I_{nn} x = 9.40 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:



4.7.2. Sezione tipo S2

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 = 1270 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 122.26 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 2})$$

$$M_{QP} = 79.75 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 5})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature. Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S2.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinata solo da geometria e materiali impiegati. A differenza della sezione tipo precedente si effettua il calcolo dell'asse neutro a partire dall'equazione di equilibrio a traslazione. Questo viene fatto puramente a scopo didattico. Si sarebbero potuti utilizzare i metodi del calcolo precedente (uguaglianza a zero del momento statico rispetto all'asse neutro) e si sarebbe giunti allo stesso risultato. Si pone quindi l'equilibrio a traslazione:

$$C_c + C_s - T_s = 0;$$

$$\sigma_c b x^2 / 2 + n A'_s \sigma_c (x - d'') / x - n A_s \sigma_c (d - x) / x = 0;$$

Posto il fatto che σ_c non è nulla e x non è infinito si può esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n (A_s + A'_s) / b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d)) / (n(A'_s + A_s)^2)}] = 172.7 \text{ mm}$$

A differenza del calcolo della sezione tipo precedente in cui si sono calcolate le tensioni a partire dalla formula di Navier in questo caso, sempre a scopo didattico, si sceglie di sfruttare l'equazione di equilibrio a rotazione attorno a un polo qualsiasi. Per eliminare uno dei contributi si sceglie di studiare l'equilibrio attorno ad A_s :

$$C_c (d - x/3) + C_s (d - d'') = M;$$

$$\sigma_c b x^2 / 2 (d - x/3) + n A'_s \sigma_c (x - d'') / x (d - d'') = M;$$

è possibile esplicitare σ_c ottenendo:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR} / (b x^2 / 2 (d - x/3) + n A'_s (x - d'') / x (d - d'')) = 9.5 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

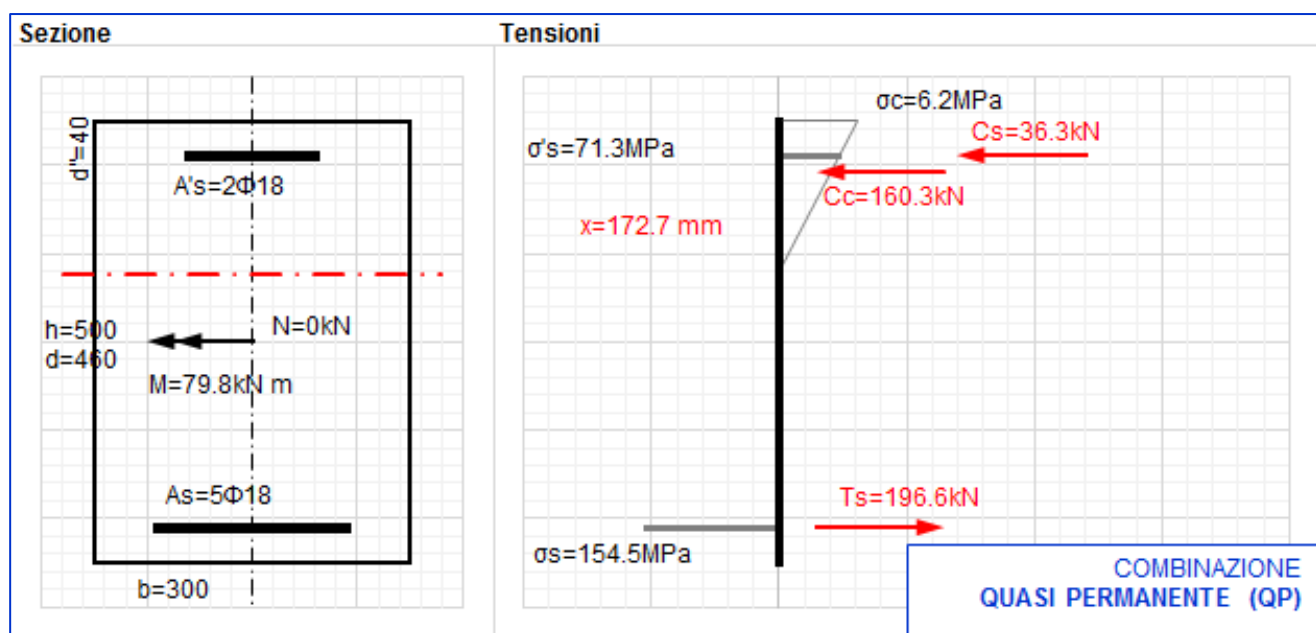
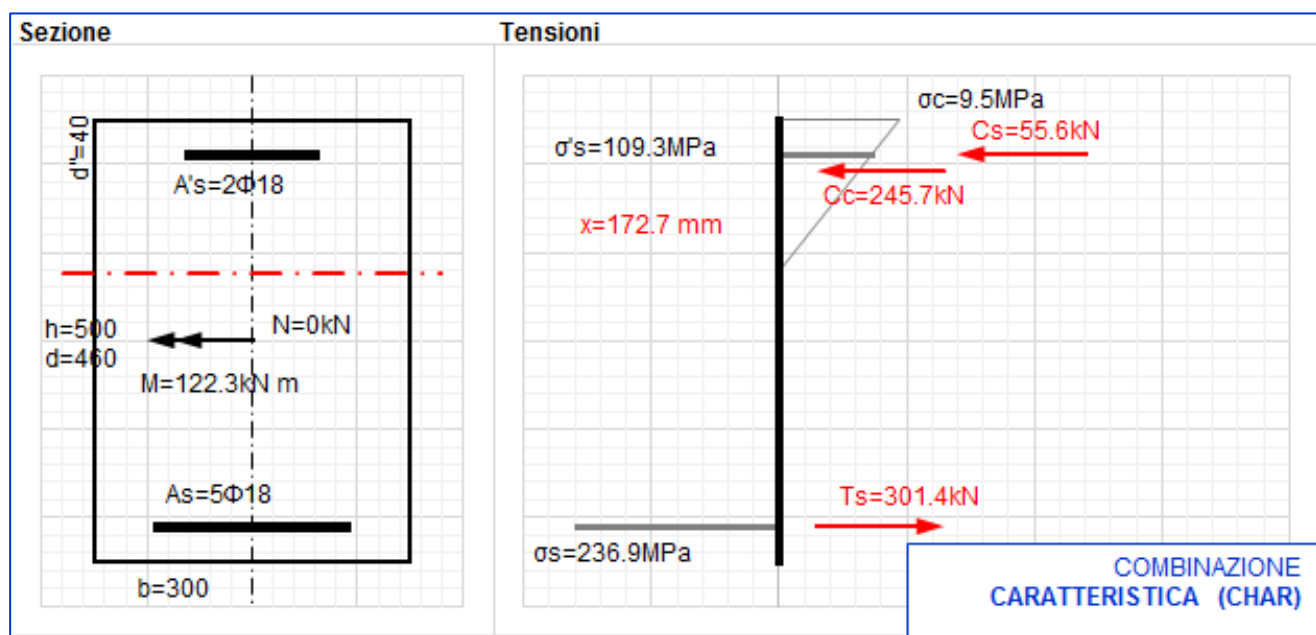
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (d - x) = 236.9 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (x - d'') = 109.3 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP} / (b x^2 / 2 (d - x/3) + n A'_s (x - d'') / x (d - d'')) = 6.20 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:



4.7.3. Sezione tipo S3

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\Phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\Phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 32.44 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 6})$$

$$M_{QP} = 19.82 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 6})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature.

Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S3.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinato solo da geometria e i materiali impiegati. A tal fine si pone che il momento statico rispetto all'asse neutro della sezione reagente sia nullo:

$$S_{nn} = bx^2/2 + nA'_s(x - d'') - nA_s(d - x) = 0;$$

Dall'equazione di grado secondo appena scritta è possibile esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n(A'_s + A_s)/b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d))/(n(A'_s + A_s)^2)}] = 116.5 \text{ mm}$$

Per ricavare la tensione massima del calcestruzzo si sfrutta la formula di Navier:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR}/I_{nn}x = 3.4 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

In questa:

$$I_{nn} = bx^3/3 + nA'_s(x - d'')^2 + nA_s(x - d)^2 = 1.104 \cdot 10^9 \text{ mm}^4;$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

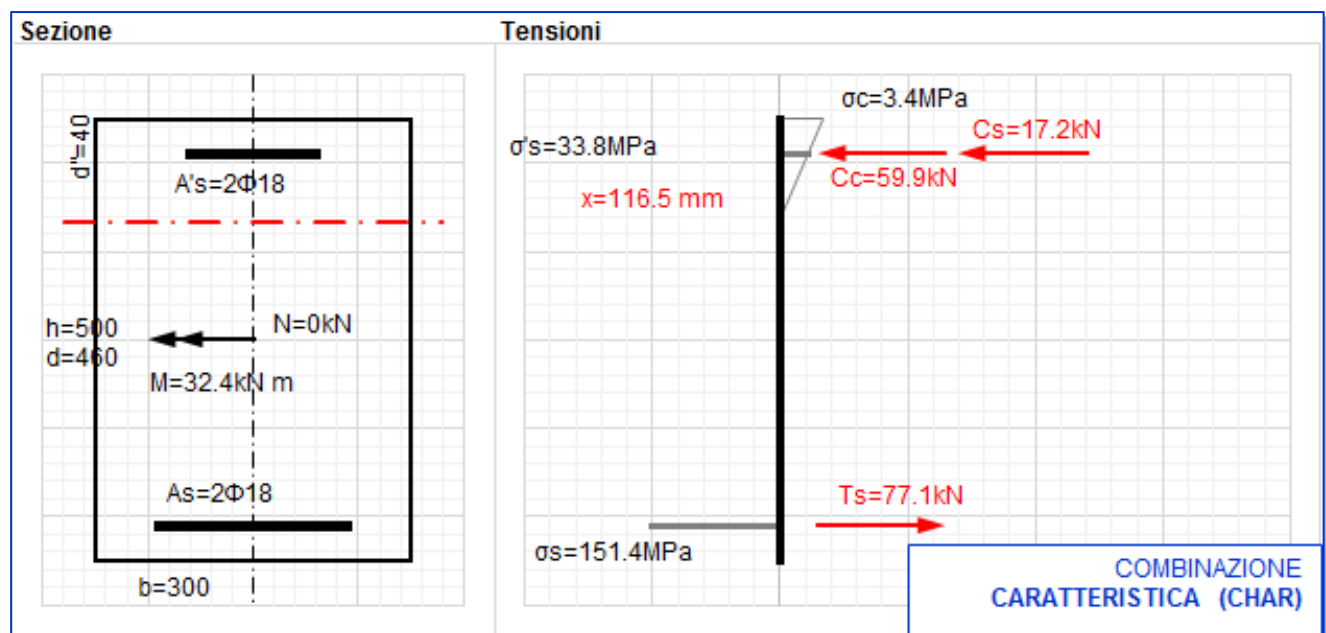
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (d - x) = 151.4 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

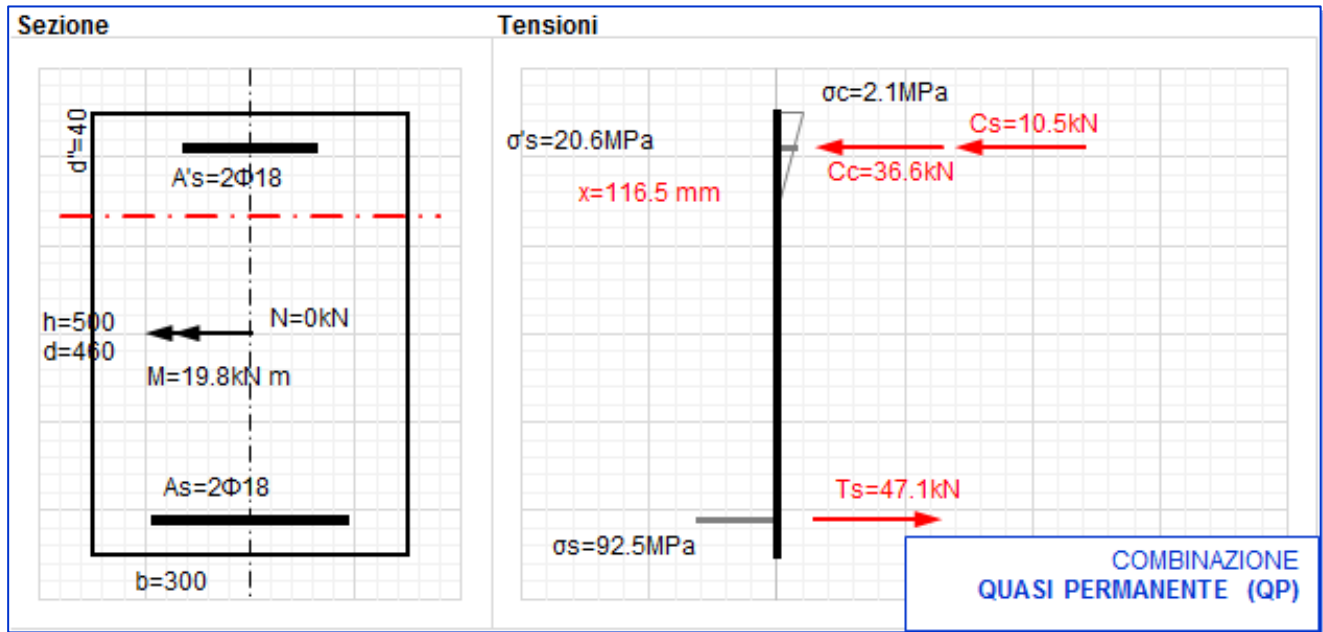
$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (x - d'') = 33.8 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP}/I_{nn}x = 2.1 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:





4.7.4. Sezione tipo S4

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 3\phi 18 = 763 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 72.14 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 1})$$

$$M_{QP} = 33.74 \text{ kNm}; \quad (\text{Appoggio 7})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature. Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S4.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinato solo da geometria e i materiali impiegati. A tal fine si pone che il momento statico rispetto all'asse neutro della sezione reagente sia nullo:

$$S_{nn} = bx^2/2 + nA'_s(x - d'') - nA_s(d - x) = 0;$$

Dall'equazione di grado secondo appena scritta è possibile esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n(A_s + A'_s)/b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d))/(n(A'_s + A_s)^2)}] = 139.4 \text{ mm}$$

Per ricavare la tensione massima del calcestruzzo si sfrutta la formula di Navier:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR}/I_{nn}x = 6.6 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

In questa:

$$I_{nn} = bx^3/3 + nA'_s(x - d'')^2 + nA_s(x - d)^2 = 1.523 \cdot 10^9 \text{ mm}^4;$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

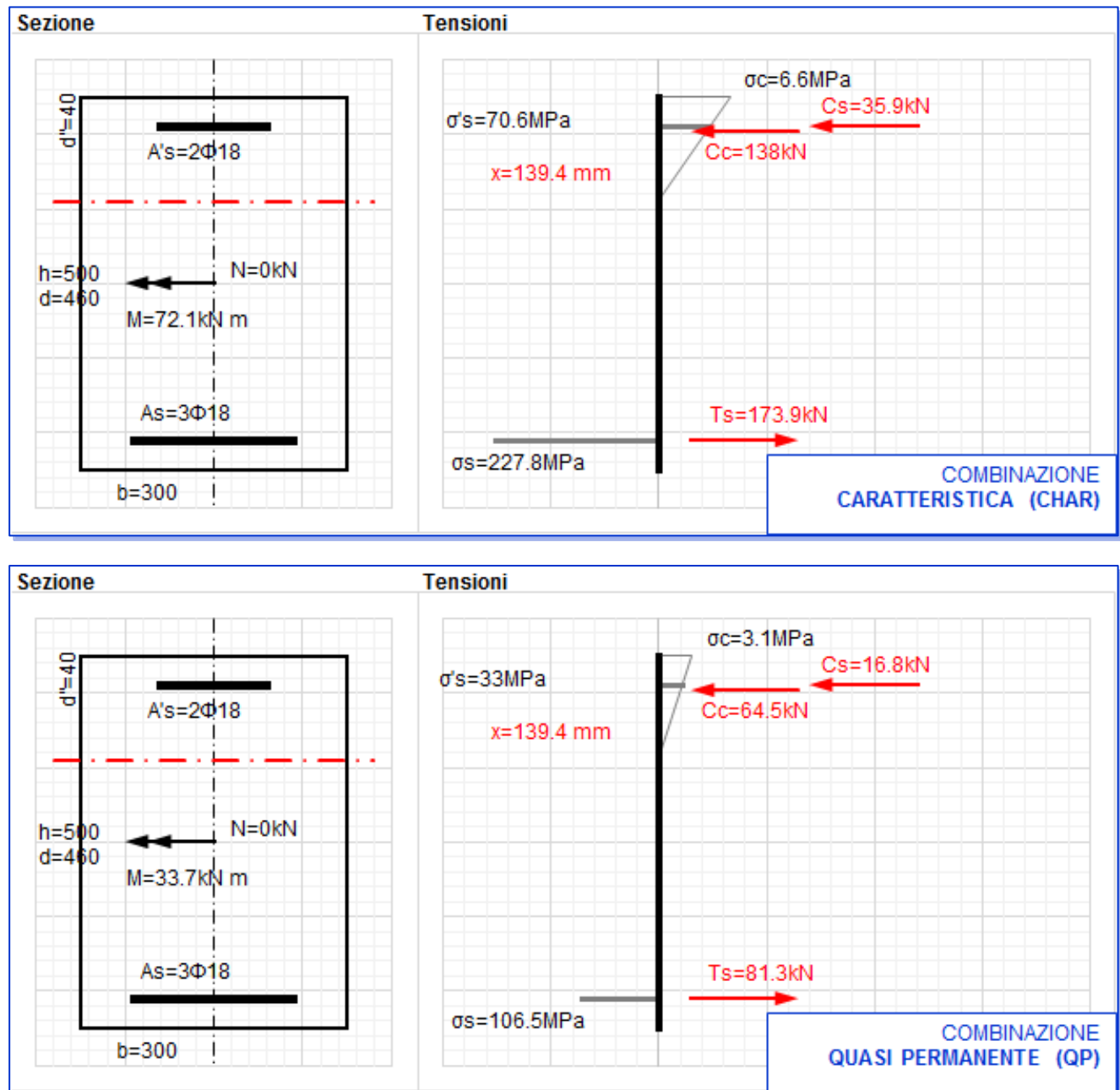
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (d - x) = 227.8 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR} / x (x - d'') = 70.6 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP} / I_{nn} x = 3.1 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:



4.7.5. Sezione tipo S6

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 445 \text{ mm}; \quad d' = 55 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1898 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 3\phi 18 = 762 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 161.4 \text{ kNm}; \quad (\text{Appoggio 2})$$

$$M_{QP} = 88.93 \text{ kNm}; \quad (\text{Appoggio 2})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature. Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S6.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinato solo da geometria e i materiali impiegati. A tal fine si pone che il momento statico rispetto all'asse neutro della sezione reagente sia nullo:

$$S_{nn} = bx^2/2 + nA'_s(x - d'') - nA_s(d - x) = 0;$$

Dall'equazione di grado secondo appena scritta è possibile esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n(A_s + A'_s)/b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d))/(n(A'_s + A_s)^2)}] = 191.4 \text{ mm}$$

Per ricavare la tensione massima del calcestruzzo si sfrutta la formula di Navier:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR}/I_{nn}x = 11.0 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

In questa:

$$I_{nn} = bx^3/3 + nA'_s(x - d'')^2 + nA_s(x - d)^2 = 2.797 \cdot 10^9 \text{ mm}^4;$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

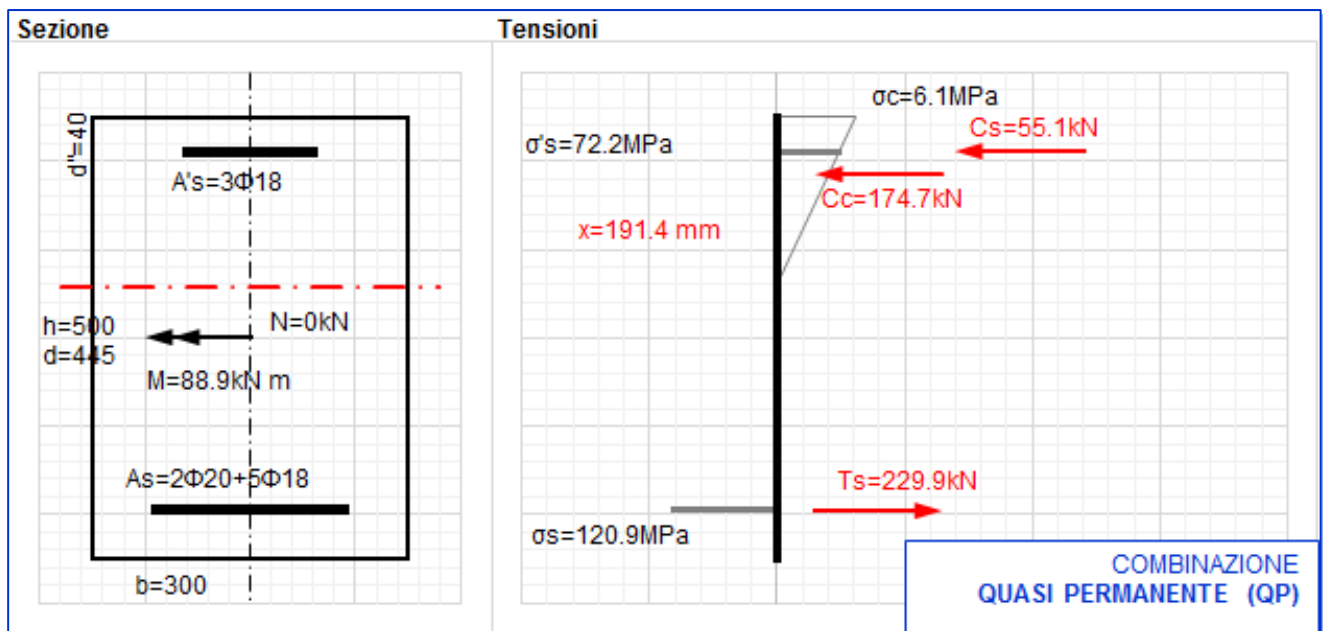
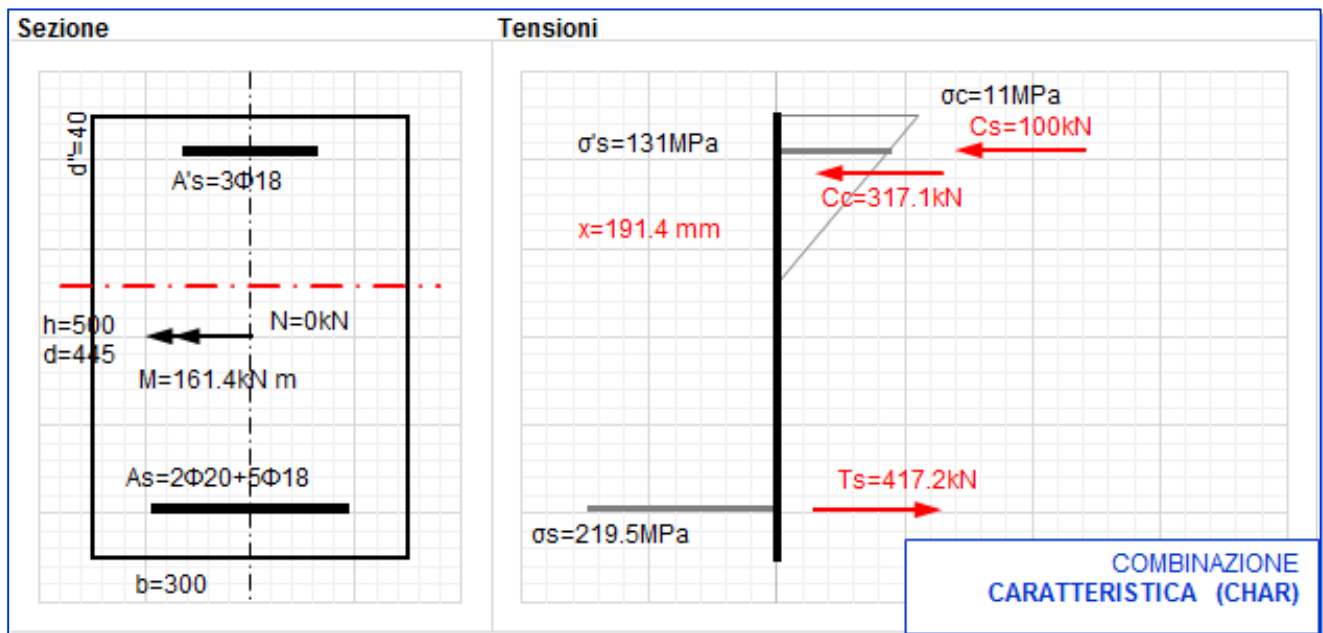
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (d - x) = 219.5 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (x - d'') = 131.0 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP}/I_{nn}x = 6.1 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:



4.7.6. Sezione tipo S7

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 4\phi 18 = 1016 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

I momenti agenti calcolati in combinazione caratteristica e quasi permanente risultano essere:

$$M_{CHAR} = 99.87 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 4})$$

$$M_{QP} = 52.27 \text{ kNm}; \quad (\text{Campata 4})$$

Si effettua il calcolo in termini di momento flettente positivo anche nel caso in cui nella sezione oggetto di studio il momento sia negativo. Questo verrà fatto coerentemente con la disposizione delle armature.

Si considera il massimo momento agente tra tutte le sezioni della trave in cui si adotta la sezione tipo S7.

Si calcola la posizione dell'asse neutro che nel caso di flessione semplice è indipendente dalla sollecitazione ed è determinato solo da geometria e i materiali impiegati. A tal fine si pone che il momento statico rispetto all'asse neutro della sezione reagente sia nullo:

$$S_{nn} = bx^2/2 + nA'_s(x - d'') - nA_s(d - x) = 0;$$

Dall'equazione di grado secondo appena scritta è possibile esplicitare la soluzione significativa dal punto di vista fisico:

$$x = n(A'_s + A_s)/b \cdot [-1 + \sqrt{1 + (2b(A'_s d'' + A_s d))/(n(A'_s + A_s)^2)}] = 157.5 \text{ mm}$$

Per ricavare la tensione massima del calcestruzzo si sfrutta la formula di Navier:

$$\sigma_{c,CHAR} = M_{CHAR}/I_{nn}x = 8.3 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 18.0 \text{ MPa};$$

In questa:

$$I_{nn} = bx^3/3 + nA'_s(x - d'')^2 + nA_s(x - d)^2 = 1.893 \cdot 10^9 \text{ mm}^4;$$

è possibile ricavare le tensioni sull'acciaio superiore e inferiore per proporzionalità scalando di un fattore pari al coefficiente di omogeneizzazione:

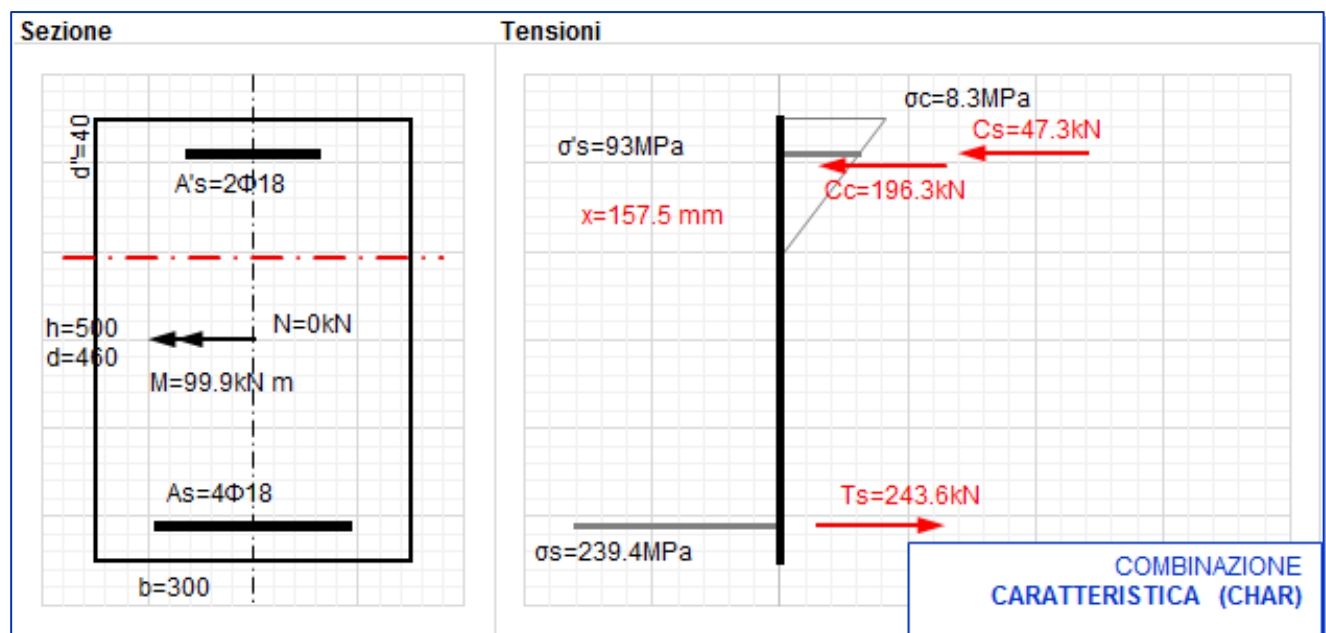
$$\sigma_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (d - x) = 239.4 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

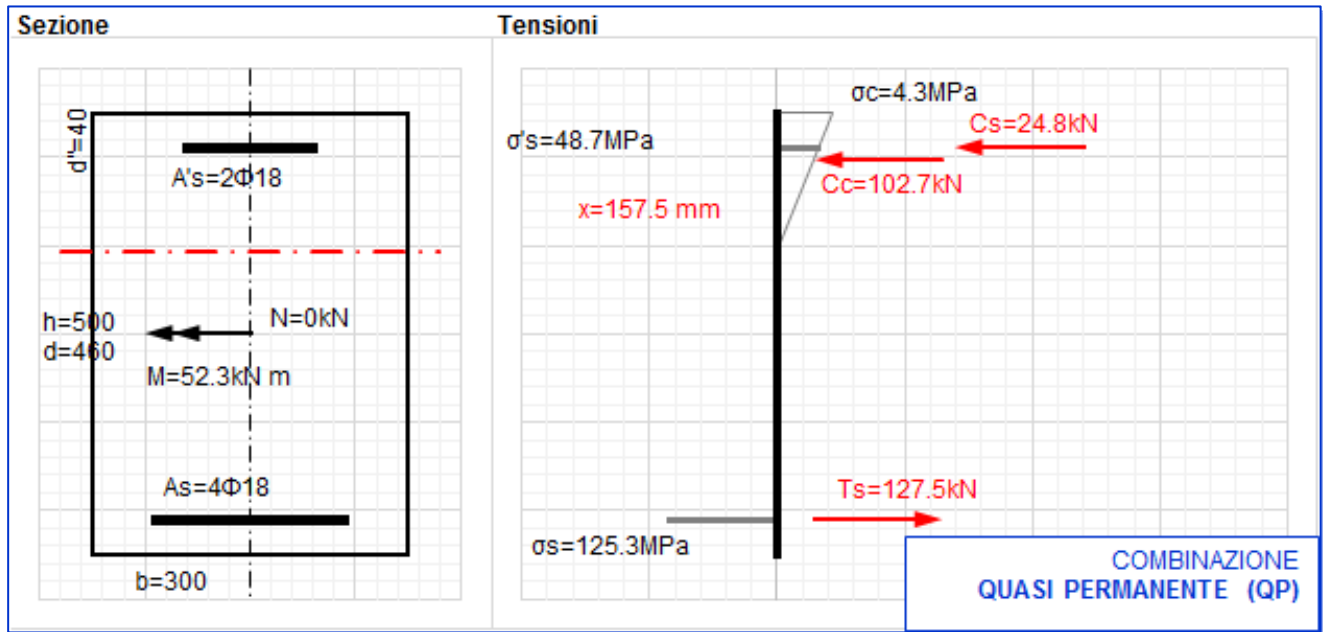
$$\sigma'_{s,CHAR} = n \sigma_{c,CHAR}/x (x - d'') = 93.0 \text{ MPa} < \sigma_{s,MAX,CHAR} = 360 \text{ MPa};$$

Per quanto riguarda la combinazione quasi permanente si ha invece:

$$\sigma_{c,QP} = M_{QP}/I_{nn}x = 4.3 \text{ MPa} < \sigma_{c,MAX,CHAR} = 13.5 \text{ MPa};$$

Le verifiche sulla limitazione delle tensioni risultano soddisfatte. Si illustrano gli andamenti delle tensioni lungo la sezione:





4.7.7. Riassunto della verifica a SLE di limitazione delle tensioni

Si riassume in forma tabellare il risultato della verifica tensionale per le due combinazioni di carico. Oltre alle sezioni maggiormente sollecitate elencate in precedenza vengono elencate quelle in cui la verifica era meno critica.

SLE di limitazione delle tensioni: COMBINAZIONE CARATTERISTICA (CHAR)

Calcolo elastico in stato 2; $n=15$; $\sigma_{c,max,CHAR}=18.0$ MPa; $\sigma_{s,max,CHAR}=\sigma'_{s,max,CHAR}=360.0$ MPa								
VERIFICA	SEZIONE	M_{CHAR} [kN m]	x [mm]	I_{nn} [mm ⁴]	σ_c [MPa]	σ_s [MPa]	σ'_s [MPa]	$\sigma_c < \sigma_{c,max,CHAR}$ $\sigma_s < \sigma_{s,max,CHAR}$ $\sigma'_s < \sigma'_{s,max,CHAR}$
Camp. 1	S4	72.14	139.4	1.52E+09	6.6	227.8	70.6	VERO
App. 2	S6*	-161.40	191.4	2.80E+09	11.0	219.5	131.0	VERO
Camp. 2	S2	122.26	172.7	2.23E+09	9.5	236.9	109.3	VERO
App. 3	S1*	-174.79	197.5	2.71E+09	12.7	239.8	152.6	VERO
Camp. 3	S7	91.69	157.5	1.89E+09	7.6	219.8	85.4	VERO
App. 4	S1*	-152.74	197.5	2.71E+09	11.1	209.5	133.3	VERO
Camp. 4	S7	99.87	157.5	1.89E+09	8.3	239.4	93.0	VERO
App. 5	S1*	-189.24	197.5	2.71E+09	13.8	259.6	165.2	VERO
Camp. 5	S2	117.37	172.7	2.23E+09	9.1	227.4	104.9	VERO
App. 6	S1*	-152.06	197.5	2.71E+09	11.1	208.6	132.7	VERO
Camp. 6	S3	32.44	116.5	1.10E+09	3.4	151.4	33.8	VERO
App. 7	S4*	-64.00	139.4	1.52E+09	5.9	202.1	62.6	VERO

SLE di limitazione delle tensioni: COMBINAZIONE QUASI PERMANENTE (QP)

Calcolo elastico in stato 2; $n=15$; $\sigma_{c,max,QP}=13.5$ MPa								
VERIFICA	SEZIONE	M_{CHAR} [kN m]	x [mm]	I_{nn} [mm ⁴]	σ_c [MPa]	-	-	$\sigma_c < \sigma_{c,max,QP}$
Camp. 1	S4	31.83	139.4	1.52E+09	2.9			VERO
App. 2	S6*	-88.93	191.4	2.80E+09	6.1			VERO

Camp. 2	S2	61.28	172.7	2.23E+09	4.8		VERO
App. 3	S1*	-93.42	197.5	2.71E+09	6.8		VERO
Camp. 3	S7	36.38	157.5	1.89E+09	3.0		VERO
App. 4	S1*	-83.51	197.5	2.71E+09	6.1		VERO
Camp. 4	S7	52.27	157.5	1.89E+09	4.3		VERO
App. 5	S1*	-128.97	197.5	2.71E+09	9.4		VERO
Camp. 5	S2	79.75	172.7	2.23E+09	6.2		VERO
App. 6	S1*	-106.98	197.5	2.71E+09	7.8		VERO
Camp. 6	S3	19.82	116.5	1.10E+09	2.1		VERO
App. 7	S4*	-33.74	139.4	1.52E+09	3.1		VERO

* sezioni ribaltate

4.8. Verifica a SLE di fessurazione

Verrà di seguito effettuata la verifica a SLE di fessurazione. Il procedimento di calcolo segue quanto indicato dalla EN 1992-1-1 punto 7.3 (Crack control) che introduce due tipi di verifiche possibili: la verifica semplificata e la verifica rigorosa. La verifica di ampiezza di fessurazione è subordinata al controllare che l'elemento sia effettivamente fessurato.

4.8.1. Descrizione procedimento di verifica

Si deve preventivamente verificare che avvenga la fessurazione. Si considera a tal proposito:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm}/1.2 = 2.414 \text{ MPa}$$

come tensione di prima fessurazione per il calcestruzzo in trazione. Per il calcolo elastico in stato 1 si farà riferimento a un valore di $n' = E_{ct}/E_c = 1$ in quanto la normativa non specifica alcun valore differente per il modulo elastico del calcestruzzo in trazione rispetto a quello in compressione. Il valore di E_{ct} (modulo elastico in trazione del calcestruzzo) viene presunto uguale a E_c . Il parametro n' verrà nei calcoli pertanto omesso.

La normativa di riferimento EN 1992-1-1 rimanda all'Annesso Nazionale che incorpora di fatto i valori limite e le prescrizioni contenute al capitolo 4.1.2.2.4 del DM 17.01.2018 (Norme Tecniche per le Costruzioni - 2018). Questa prescrive che si debbano effettuare le verifiche per le combinazioni quasi permanente e frequente distinguendo in base alle condizioni ambientali (ordinarie, aggressive, molto aggressive) e in base alla sensibilità dell'armatura al degrado che può creare la formazione della fessura. Si farà in questo caso riferimento a:

- Condizione ambientale "ordinaria" (Classe di esposizione considerata: XC1)
- Armature poco sensibili

Per queste condizioni la normativa introduce i seguenti limiti:

$$w_{MAX,FREQ} = w_3 = 0.4 \text{ mm}$$

$$w_{MAX,QP} = w_2 = 0.3 \text{ mm}$$

Nel calcolo rigoroso devono essere verificate quindi le seguenti disequazioni:

$$w_{k,FREQ} \leq w_{MAX,FREQ} = 0.4 \text{ mm}$$

$$w_{k,QP} \leq w_{MAX,QP} = 0.3 \text{ mm}$$

Nella verifica semplificata i valori $w_{MAX,FREQ}$ e $w_{MAX,QP}$ serviranno per entrare nella tabella di verifica come spiegato in seguito.

Verifica con calcolo rigoroso dell'ampiezza della fessura

Il calcolo rigoroso dell'ampiezza della fessura viene effettuato secondo la formula 7.8 delle norme EN 1992-1-1:

$$w_k = s_{r,max}(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})$$

In questa si ha che:

$$s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff}$$

Dove:

- ϕ è il diametro della barra (nel caso in cui ci siano diametri diversi si ricorre al calcolo di ϕ_{eq} che non viene qui riportato poiché non si ricade in questa fattispecie);
- c è il copriferro dell'armatura longitudinale;
- k_1 tiene in considerazione le condizioni di aderenza e verrà assunto pari a 0.8;
- k_2 viene assunto 0.5 per distribuzioni di tensione dovute a flessione semplice;
- k_3 viene assunto 3.4 come indicato da National Annex;
- k_4 viene assunto 0.425 come indicato da National Annex;
- $\rho_{p,eff}$ è la percentuale geometrica di armatura in zona tesa prendendo in considerazione una $A_{c,eff}$ avente altezza dalla base tesa della sezione pari a: $h_{c,ef} = \min(2.5(h - d); (h - x)/3; h/2)$

Il calcolo di $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{sm})$ viene effettuato secondo la seguente espressione:

$$\epsilon_{sm} - \epsilon_{sm} = \frac{\sigma_s - k_t f_{ct,eff} / \rho_{p,eff} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} \geq 0.6 \frac{\sigma_s}{E_s}$$

In questa espressione:

- σ_s è la tensione sull'armature tesa in stato 2 nella combinazione di carico della verifica;
- $\alpha_e = E_s / E_{cm} = 6.091$;
- k_t è un fattore che tiene in conto la durata del carico. Viene assunto 0.4 per considerare carichi di lunga durata.
- $\rho_{p,eff}$ è calcolato come descritto per il calcolo di $s_{r,max}$.
- $f_{ct,eff}$ è il valore medio della resistenza a trazione nel momento in cui si può potenzialmente verificare la fessurazione. Viene assunto $f_{ct,eff} = f_{ctm}$ in quanto ci si attende che la fessurazione si verifichi dopo i 28 giorni.

Verifica semplificata

La verifica semplificata viene fatta sulla base delle tabelle 7.2N e 7.3N delle norme EN 1992-1-1 che in funzione del limite w_{MAX} (determinato dalla combinazione di carico in cui si sta effettuando la verifica) e in funzione della tensione a cui lavora l'acciaio teso in sezione parzializzata (stato 2) (sempre riferita alla combinazione di carico considerata), fornisce il massimo diametro delle barre ed il massimo spaziamento tra di esse. Si ricavano ϕ_{MAX} e i_{MAX} che andranno opportunamente confrontati con il diametro e lo spaziamento previsti.

4.8.2. Campata 5

In campata 5 si ha la sezione tipo S2. Si riassumono i parametri di calcolo geometrici:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 = 1270 \text{ mm}^2;$$

Si hanno inoltre le seguenti sollecitazioni:

$$M_{REQ} = 85.81 \text{ kNm}$$

$$M_{QP} = 79.85 \text{ kNm}$$

Verifica di fessurazione e calcolo delle tensioni

Si verifica di essere in stato 2 calcolando il momento di prima fessurazione. Si calcola preventivamente l'altezza dell'asse neutro in stato non fessurato $x^{(I)}$. Questo viene fatto ponendo il momento statico rispetto all'asse neutro nullo in quanto si è in condizioni di flessione semplice:

$$S_{nn}(x^{(I)}) = 0$$

$$bx^{(I)^2}/2 - b(h - x^{(I)})^2/2 + nA'_s(x^{(I)} - d'') - nA_s(d - x^{(I)}) = 0$$

Si fa notare, come anticipato, come il coefficiente di omogeneizzazione $n' = 1$ per il calcestruzzo teso sia stato omesso. La coordinata dell'asse neutro è univoca per i due stati di sollecitazione considerati in base alle due differenti combinazioni di carico. La posizione dell'asse neutro non dipende infatti dalla sollecitazione ma solo dai materiali e dalla geometria della sezione. Si ottiene:

$$x^{(I)} = 263.6 \text{ mm}$$

Da questa è possibile calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro:

$$I_{nn}^{(I)} = bx^{(I)^3}/3 + b(h - x^{(I)})^3/3 + nA'_s(x^{(I)} - d'')^2 + nA_s(x^{(I)} - d)^2 = 4.27 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Si può ricavare il momento di prima fessurazione come:

$$M_{CR} = \sigma_{ct} I_{nn}^{(I)} / (h - x^{(I)}) = 43.61 \text{ kNm}$$

Dal seguente confronto:

$$M_{REQ} = 85.81 \text{ kNm} > M_{CR}$$

$$M_{QP} = 79.85 \text{ kNm} > M_{CR}$$

si verifica che per entrambe le combinazioni di carico si ha fessurazione e si deve quindi verificarne la limitazione di apertura.

Si calcola quindi la tensione sulle armature tese in stato di sezione fessurata. Si deve preventivamente calcolare la coordinata $x^{(II)}$ dell'asse neutro riferita alla sezione parzializzata. Viene imposto il momento statico della sezione parzializzata uguale a zero per ricavare $x^{(II)}$:

$$S_{nn}^{(II)} = 0$$

$$bx^{(II)^2}/2 + nA'_s(x^{(II)} - d'') - nA_s(d - x^{(II)}) = 0$$

La coordinata dell'asse neutro è anche in questo caso univoca per i due stati di sollecitazione considerati in base alle due differenti combinazioni di carico. Si ottiene:

$$x^{(II)} = 172.7 \text{ mm}$$

Da questa è possibile calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro:

$$I_{nn}^{(II)} = bx^{(II)3}/3 + nA'_s(x^{(II)} - d'')^2 + nA_s(x^{(II)} - d)^2 = 2.22 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

È possibile calcolare la tensione sulle barre di armatura tese nelle due differenti combinazioni di carico:

$$\sigma_{s,FREQ} = n M_{FREQ} / I_{nn}^{(II)} \cdot (d - x^{(II)}) = 166.2 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{s,QP} = n M_{QP} / I_{nn}^{(II)} \cdot (d - x^{(II)}) = 154.5 \text{ MPa}$$

Anche se non necessario al fine del calcolo dell'ampiezza di fessura, si possono calcolare le tensioni sull'armatura e sul calcestruzzo all'altezza dell'armatura tesa nella sezione di cracking prima e dopo la fessurazione come:

$$\sigma_{s,CR(-)} = n M_{CR} / I_{nn}^{(I)} (d - x^{(I)})$$

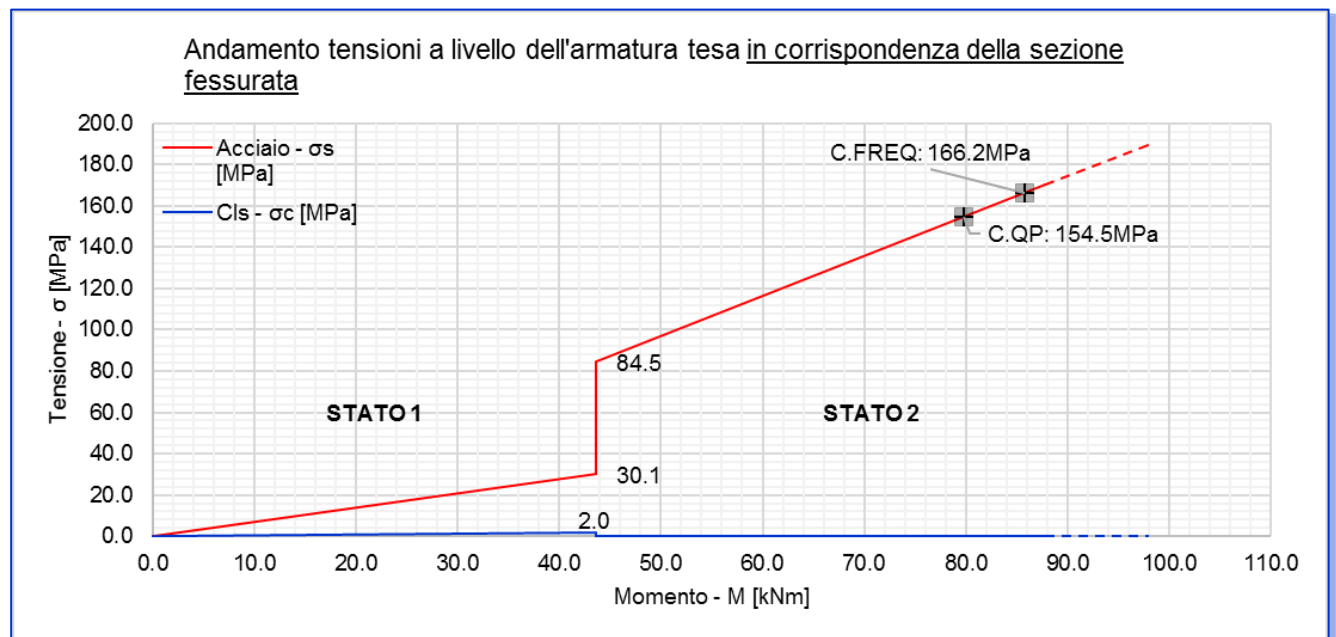
$$\sigma_{s,CR(+)} = n M_{CR} / I_{nn}^{(II)} (d - x^{(II)})$$

$$\sigma_{c,CR(-)} = M_{CR} / I_{nn}^{(I)} (d - x^{(I)})$$

$$\sigma_{c,CR(+)} = 0.00 \text{ MPa}$$

Si sottolinea come questi valori di tensione non siano riferiti alla generica sezione ma a quelle in cui avviene la fessurazione. Nelle altre sezioni si ha calcestruzzo collaborante, effetto che causa tension stiffening sul comportamento dell'elemento globale e di cui si tiene conto anche nel calcolo della fessurazione.

Si illustra di seguito come varia la tensione a livello dell'armatura tesa in corrispondenza della sezione fessurata:



Verifica con calcolo rigoroso dell'ampiezza della fessura

Si è in grado di calcolare l'ampiezza di fessura. Viene calcolato $s_{r,max}$ come descritto in precedenza con la formula:

$$w_{k,FREQ} = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})_{FREQ} = 0.093 \text{ mm}$$

$$w_{k,QP} = s_{r,max} (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})_{QP} = 0.085 \text{ mm}$$

$$L \quad s_{r,max} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 \phi / \rho_{p,eff} = 135.1 \text{ mm}$$

$$L \quad k_1 = 0.8$$

$$\begin{aligned}
 & \text{L } k_2 = 0.5 \\
 & \text{L } k_3 = 3.4 \\
 & \text{L } k_4 = 0.425 \\
 & \text{L } c = 23.0 \text{ mm} \\
 & \text{L } \phi = 18 \text{ mm} \\
 & \text{L } \rho_{p,eff} = A_s/A_{c,eff} = 0.054 \\
 & \quad \text{L } A_{c,eff} = b h_{c,ef} = 23639.2 \text{ mm}^2 \\
 & \quad \quad \text{L } h_{c,ef} = \min(2.5(h-d); (h-x)/3; h/2) = 78.8 \text{ mm} \\
 & \text{L } (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})_{FREQ} = \max\left((\sigma_{s,FREQ} - k_t f_{ct,eff}/\rho_{p,eff}(1 + \alpha_e \rho_{p,eff})/E_s); 0.6 \sigma_{s,FREQ}/E_s\right) = \\
 & \quad 0.000688 \\
 & \quad \text{L } k_t = 0.4 \\
 & \quad \text{L } \rho_{p,eff} \text{ come da calcolo di } s_{r,max} \\
 & \quad \text{L } f_{ct,eff} = f_{ctm} \\
 & \quad \text{L } \alpha_e = E_s/E_{cm} = 6.09 \\
 & \quad \text{L } \sigma_{s,FREQ} = 166.2 \text{ MPa} \\
 & \text{L } (\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm})_{QP} = \max\left((\sigma_{s,QP} - k_t f_{ct,eff}/\rho_{p,eff}(1 + \alpha_e \rho_{p,eff})/E_s); 0.6 \sigma_{s,QP}/E_s\right) = 0.000630 \\
 & \quad \text{L } k_t = 0.4 \\
 & \quad \text{L } \rho_{p,eff} \text{ come da calcolo di } s_{r,max} \\
 & \quad \text{L } f_{ct,eff} = f_{ctm} \\
 & \quad \text{L } \alpha_e = E_s/E_{cm} = 6.09 \\
 & \quad \text{L } \sigma_{s,QP} = 154.5 \text{ MPa}
 \end{aligned}$$

La limitazione dell'apertura della fessura è verificata. Si ottiene infatti che:

$$w_{k,FREQ} = 0.093 \text{ mm} < w_{MAX,FREQ} = 0.4 \text{ mm}$$

$$w_{k,QP} = 0.085 \text{ mm} < w_{MAX,QP} = 0.3 \text{ mm}$$

Verifica semplificata

Dalle tabelle 7.2N e 7.3N delle norme EN 1992-1-1 si entra con il valore massimo di apertura della fessura tollerato nella combinazione di carico considerata:

$$w_{MAX,QP} = 0.3 \text{ mm}$$

$$w_{MAX,FREQ} = 0.4 \text{ mm}$$

Considerata la tensione agente nelle rispettive combinazioni di carico che sono state calcolate precedentemente si osserva che il valore minimo di tensione nella tabella (160 MPa) è maggiore delle tensioni calcolate nel caso in esame. Si considera il diametro massimo relativo alla tensione di 160 MPa e da questo si ha che:

$$\phi_{MAX,QP} = \phi_{MAX}(w_{MAX,QP} = 0.3 \text{ mm}; \sigma_s = 160 \text{ MPa}) = 32 \text{ mm}$$

$$\phi_{MAX,FREQ} = \phi_{MAX}(w_{MAX,FREQ} = 0.4 \text{ mm}; \sigma_s = 160 \text{ MPa}) = 40 \text{ mm}$$

$$i_{MAX,QP} = 300 \text{ mm}$$

$$i_{MAX,FREQ} = 300 \text{ mm}$$

Dato che la tensione nel caso in esame è inferiore a 160 MPa, il valore limite sarebbe superiore a 32 mm per la combinazione quasi permanente e superiore a 40 mm per la combinazione frequente. Essendo il valore previsto di $\phi 18$ la verifica è da ritenersi soddisfatta:

$$\phi = 18 \text{ mm} < \phi_{\max, QP} = 32 \text{ mm}$$

$$\phi = 18 \text{ mm} < \phi_{\max, FREQ} = 40 \text{ mm}$$

Si verifica inoltre come lo spaziamento previsto non superi quello massimo consentito.

4.8.3. Verifica semplificata: campate

Si illustra di seguito in forma tabellare la verifica semplificata di fessurazione. Viene presentata una tabella relativa alla combinazione di carico quasi permanente ed una successiva per la combinazione frequente. Per ogni sezione si verifica se, in reazione al momento agente della combinazione di riferimento, si è in condizioni di avvenuta fessurazione. Nel caso si ricada in questo caso si procede verificando che il diametro e lo spaziamento non siano maggiori dei limiti imposti da tabelle 7.2N e 7.3N della normativa EN 1992-1-1. Come nei calcoli espliciti presentati per la campata 5 se la tensione sull'armatura tesa è inferiore a 160 MPa (valore minimo presentato dalle due tabelle 7.2N e 7.3N della normativa) si utilizzerà il valore di $\phi_{\max}$ relativo alla tensione di 160 MPa e se si avrà verifica in questo caso, sarà automaticamente soddisfatta anche per diametri limite maggiori derivanti da un calcolo più raffinato. Analogo ragionamento per lo spaziamento. Nel caso si ricada in valori tensionali intermedi si effettua un'interpolazione lineare.

Verifica semplificata: combinazione quasi permanente

Campata	Sezione	M_{QP} [kNm]	$x^{(I)}$ [mm]	M_{CR} [kNm]	$M_{QP} > M_{CR}$	$x^{(II)}$ [mm]	$\sigma_{s, QP}$ [MPa]	$\Phi_{\max, QP}$ [mm]	$i_{\max}$ [mm]	$\Phi < \Phi_{\max, QP}$ $i < i_{\max, QP}$
C 1	Tipo S4	31.83	254.7	39.00	FALSO	139.4	-	-	-	-
C 2	Tipo S2	61.28	263.6	43.61	VERO	172.7	118.7	32	300.00	VERO
C 3	Tipo S7	36.38	259.3	41.31	FALSO	157.5	-	-	-	-
C 4	Tipo S7	52.27	259.3	41.31	VERO	157.5	125.3	32	300.00	VERO
C 5	Tipo S2	79.75	263.6	43.61	VERO	172.7	154.5	32	300.00	VERO
C 6	Tipo S3	19.82	250.0	36.67	FALSO	116.5	-	-	-	-

Verifica semplificata: combinazione frequente

Campata	Sezione	M_{FREQ} [kNm]	$x^{(I)}$ [mm]	M_{CR} [kNm]	$M_{FREQ} > M_{CR}$	$x^{(II)}$ [mm]	$\sigma_{s, FREQ}$ [MPa]	$\Phi_{\max, FREQ}$ [mm]	$i_{\max}$ [mm]	$\Phi < \Phi_{\max, QP}$ $i < i_{\max, FREQ}$
C 1	Tipo S4	38.09	254.7	39.00	FALSO	139.4	-	-	-	-
C 2	Tipo S2	71.07	263.6	43.61	VERO	172.7	137.7	32	300.00	VERO
C 3	Tipo S7	45.11	259.3	41.31	VERO	157.5	108.1	32	300.00	VERO
C 4	Tipo S7	61.95	259.3	41.31	VERO	157.5	148.5	32	300.00	VERO
C 5	Tipo S2	85.81	263.6	43.61	VERO	172.7	164.9	31	300.00	VERO
C 6	Tipo S3	21.69	250.0	36.67	FALSO	116.5	-	-	-	-

Come illustrato si ha verifica positiva per ogni sezione.

4.9. Verifica a SLE di deformazione

La verifica a SLE di deformazione viene fatta riferendosi al punto 7.4 delle norme EN 1992-1-1 (Deflection control). In accordo con quanto specificato al punto 7.4.1(6) della normativa la verifica di deformazione può essere effettuata limitando il rapporto luce/altezza (verifica semplificata) o confrontando la deformazione calcolata con dei valori limite (calcolo rigoroso).

Si effettuerà la verifica solo sulla campata 5.

Si considera come tensione di fessurazione:

$$\sigma_{ct} = f_{ctm}$$

Come nel caso della verifica a fessurazione per il calcolo elastico a sezione completamente reagente si tiene conto di:

$$n' = E_{ct}/E_c = 1.0$$

ossia si considera modulo elastico del calcestruzzo uguale a trazione e compressione. Il fattore n' di omogeneizzazione verrà pertanto omesso nei calcoli.

Calcolo di $E_{c,eff}$:

$$\text{Perimetro bagnato della sezione: } h_0 = 2(bh)/(b + 2h) = 230.77 \text{ mm}$$

Si tiene conto di un'UR al 65% da cui con un'interpolazione lineare tra i valori relativi a UR 50% e RH 80% si ricava $\varphi(\infty, t_0) = 2.3$ secondo il metodo grafico presentato nella figura 3.1 delle norme EN 1992-1-1.

$$E_{c,eff} = E_{cm}/(1 + \varphi(\infty, t_0)) = 9932.8 \text{ MPa}$$

4.9.1. Campata 5: verifica rigorosa

La luce della campata è $L_5 = 615 \text{ cm}$. Per il calcolo si farà riferimento alla coordinata locale z' che ha origine nell'appoggio A5.

Nella campata 5 sono coinvolte le seguenti sezioni tipo: S1, S2, S7, S8. Al fine di effettuare l'integrazione per il calcolo della freccia si devono individuare, qualora vi sia fessurazione, i tratti in cui la sezione non è completamente reagente. Viene quindi di seguito sviluppato il calcolo dei momenti di prima fessurazione positivi e negativi per tutte le sezioni tipo coinvolte. Viene di seguito presentato il calcolo esplicito per la sezione tipo S1. Verranno omessi i calcoli relativi alle altre sezioni i cui risultati verranno elencati in forma tabellare.

Sezione tipo S1

Sono noti i materiali e le grandezze geometriche. Si riassumono i dati geometrici della sezione:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 445 \text{ mm}; \quad d' = 55 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A_s = 5\phi 18 + 2\phi 20 = 1901 \text{ mm}^2;$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

Per il calcolo del momento negativo di prima fessurazione si calcola preventivamente l'altezza dell'asse neutro in stato non fessurato $x^{(I)}$. Questo viene fatto ponendo il momento statico rispetto all'asse neutro nullo in quanto si è in condizioni di flessione semplice:

$$S^{-(I)}_{nn}(x^{(I)}) = 0$$

$$bx^{(I)2}/2 - b(h - x^{(I)})^2/2 + nA'_s(x^{(I)} - d'') - nA_s(d - x^{(I)}) = 0$$

Si fa notare, come anticipato, come il coefficiente di omogeneizzazione $n' = 1$ per il calcestruzzo teso sia stato omesso. Si ricava:

$$x^{(I)} = 271.3 \text{ mm}$$

Da questa è possibile calcolare il momento d'inerzia rispetto all'asse neutro:

$$I_{nn}^{(I)} = bx^{(I)3}/3 + b(h - x^{(I)})^3/3 + nA'_s(x^{(I)} - d'')^2 + nA_s(x^{(I)} - d)^2 = 4.462 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Si può ricavare il momento di prima fessurazione negativo come:

$$M_{CR}^- = f_{ctm} I_{nn}^{(I)} / (h - x^{(I)}) = 56.6 \text{ kNm}$$

Il calcolo appena concluso si riferisce al caso di A_s tesa e A'_s compressa. Questo valore sarà il massimo momento negativo in valore assoluto applicabile alla sezione di appoggio in A5 e A6. Analogamente è possibile effettuare il calcolo del momento di fessurazione positivo della medesima sezione considerando la sezione ribaltata ($A_s \rightarrow A'_s$; $A'_s \rightarrow A_s$; $d \rightarrow (h - d'')$; $d' \rightarrow d''$). Un calcolo più diretto è possibile considerando la formula di Navier con fessurazione al lembo opposto:

$$M_{CR}^+ = f_{ctm} I_{nn}^{(I)} / x^{(I)} = 47.7 \text{ kNm}$$

Questo è possibile perché è stato considerato $n' = 1$ ed il baricentro meccanico della sezione rimane pertanto invariato considerando sezione interamente reagente.

Nei casi in cui la sezione risulti fessurata servirà il calcolo di $I_{nn}^{(II)}$:

$$I_{nn}^{(II)} = bx^{(II)3}/3 + nA_s(d - x^{(II)})^2 + nA'_s(x^{(II)} - d'')^2$$

Con $x^{(II)}$ determinate ponendo $S_{nn}^{(II)} = 0$ (momento statico in stato 2 rispetto all'asse neutro nullo) analogamente a quanto fatto per il calcolo tensionale.

Riassunto momenti di fessurazione e momenti d'inerzia rispetto all'asse neutro:

STATO 1: momento d'inerzia rispetto all'asse neutro e mom. di fessurazione

Sezione	Momento positivo			Momento negativo		
	x^+ [mm]	I_{nn}^+ [mm ⁴]	M_{CR}^+ [kNm]	x^- [mm]	I_{nn}^- [mm ⁴]	M_{CR}^- [kNm]
S1	228.7	4.46E+09	47.7	271.3	4.46E+09	56.6
S2	263.6	4.27E+09	52.4	236.4	4.27E+09	47.0
S7	259.3	4.12E+09	49.6	240.7	4.12E+09	46.1
S8	245.7	4.64E+09	52.9	254.3	4.64E+09	54.7

STATO 2: calcolo momento d'inerzia rispetto all'asse neutro

Sezione	Momento positivo			Momento negativo		
	x^+ [mm]	I_{nn}^+ [mm ⁴]		x^- [mm]	I_{nn}^- [mm ⁴]	
S1	99.5	1.15E+09		197.5	2.71E+09	
S2	172.6	2.22E+09		101.8	1.16E+09	
S7	157.5	1.89E+09		106.2	1.14E+09	
S8	140.5	2.03E+09		160.6	2.35E+09	

Nella seguente tabella si riassume l'andamento dei momenti di prima fessurazione lungo la campata:

Momenti di prima fessurazione: variazione lungo la campata 5

z'_{in} [cm]	z'_{fin} [cm]	Sezione	M_{CR}^+ [kNm]	M_{CR}^- [kNm]
0	80	S1	47.7	56.6
80	95	S2	47.0	52.4
95	140	S8	52.9	54.7
140	190	S7	49.6	46.1
190	415	S2	52.4	47.0
415	505	S7	49.6	46.1

505	510	S8	52.9	54.7
510	560	S2	47.0	52.4
560	615	S1	47.7	56.6

Si sfrutta il Principio dei Lavori Virtuali per calcolare la deformata del punto di interesse. Si eguagliano i lavori mutui del sistema di forze reale con andamento di momenti parabolico e quello di un sistema di forze ausiliario dato dall'applicazione di una forza di valore unitaria nel punto di interesse dello spostamento. L'uguaglianza si compone quindi da un lato del lavoro della forza unitaria sullo spostamento del sistema reale e dall'altro del lavoro degli sforzi flettenti del sistema reale sulla curvatura data dal sistema ausiliario.

Il sistema ausiliario viene definito come segue:

$$F = 1; \quad a = z'(F) = z'(M_{QP,MAX}) = 314 \text{ cm} \quad (\text{Punto di applicazione della forza unitaria})$$

Considerata la campata come una singola trave isostatica in semplice appoggio, questo darà luogo alle due reazioni vincolari:

$$V_{s,A5} = 1 \cdot (l - a)/l; \quad V_{s,A6} = 1 \cdot a/l$$

L'andamento del momento lungo l'ascissa z' del sistema considerato sarà:

$$M_s(z') = V_{s,A5}z' = 1 \cdot (l - a)/l \cdot z' \quad \text{per } 0 \leq z' \leq a$$

$$M_s(z') = V_{s,A5}z' - 1 \cdot (z' - a) = 1 \cdot (l - a)/l \cdot z' - 1 \cdot (z' - a) \quad \text{per } a < z' \leq L_5 = 615 \text{ cm}$$

Ci si riferirà al momento del sistema reale con la notazione $M_f(z')$. Questo è il momento relativo alla disposizione di carico più gravosa sulla campata 5 che ne determina un abbassamento maggiore. Ci si riferisce quindi alla disposizione di carico 1 della combinazione di carico quasi permanente di seguito schematizzata. Si rimanda al calcolo delle azioni per una descrizione più dettagliata.

Campate: C1 C2 C3 C4 C5 C6

Disposizione 1: Max min Max min Max min

In relazione a questa combinazione la campata 5 ha:

$$M_{f,A5} = -121.66 \text{ kNm}$$

$$V_{f,A5} = 128.30 \text{ kN}$$

$$q_{f,C5} = 40.86 \text{ kN/m}$$

L'andamento dei momenti è quindi:

$$M_f(z') = M_{QP,disp1} = M_{f,A5} + V_{f,A5} \cdot z' - q_{f,C5} \cdot z'^2/2 = -121.66 + 128.30 z' - 20.43 z'^2$$

L'eguaglianza dei lavori mutui viene quindi scritta come:

$$1 \cdot \delta = \int_0^{L_5} M_f(z') 1/r_s(z') dz'$$

La curvatura del sistema ausiliario può essere scritta come:

$$1/r_s(z') = M_s(z')/EJ(z')$$

La rigidezza flessionale $EJ(z')$ varia lungo la campata per la non uniformità della sezione e per la presenza di regioni fessurate. La normativa interviene sul calcolo della curvatura tenendo conto del tension stiffening. La generica curvatura considerata è la seguente:

$$1/r = \zeta 1/r^{(II)} + (1 - \zeta) 1/r^{(I)}$$

Dove $1/r^{(II)}$ e $1/r^{(I)}$ sono rispettivamente le curvature di stato 2 e stato 1 della sezione. ζ tiene conto dell'effetto tension stiffening, ed è così determinato:

$$\zeta = 1 - \beta(\sigma_{sr}/\sigma_s)^2 \quad \text{per i tratti fessurati}$$

$$\zeta = 0 \quad \text{per i tratti non fessurati}$$

In questa per il calcolo elastico della sezione in stato 2:

$$\sigma_{sr}/\sigma_s = M_{cr}(z')/M_f(z')$$

Il coefficiente β tiene conto della durata e ciclicità del carico e viene assunto pari a 0.5.

La rigidezza flessionale $EJ(z')$ è da calcolarsi con il modulo di elasticità efficace del calcestruzzo che tiene in conto l'effetto di scorrimento viscoso:

$$E_{c,eff} = E_{cm}/(1 + \varphi(\infty, t_0)) = 9932.8 \text{ MPa}$$

il calcolo di questo modulo è stato presentato a inizio sezione. È possibile rivedere la scrittura della curvatura totale nel seguente modo:

$$1/r = 1/r^{(I)}(1 + \zeta(c - 1))$$

In questa espressione c è il seguente rapporto:

$$c = J^{(I)}/J^{(II)}$$

L'integrale per il calcolo dello spostamento è quindi riscrivibile come segue:

$$\begin{aligned} 1 \cdot \delta &= \sum_{i=1}^{\text{tratti}} \int_{z'_{in,i}}^{z'_{fin,i}} M_f(z') M_s(z')/EJ_i^{(I)} \cdot (1 + \zeta_i(z')(c_i - 1)) dz' = \\ &= \sum_{i=1}^{\text{tutti i tratti}} \int_{z'_{in,i}}^{z'_{fin,i}} M_f(z') M_s(z')/EJ_i^{(I)} dz' + \sum_{i=1}^{\text{tratti fessurati}} \int_{z'_{in,i}}^{z'_{fin,i}} M_f(z') M_s(z')/EJ_i^{(I)} \zeta_i(z')(c_i - 1) dz' \end{aligned}$$

Dal confronto tra momento agente ($M_f(z')$) e del momento di prima fessurazione è possibile dividere il calcolo dell'integrale nei tratti elencati nella seguente tabella:

Tratti di integrazione							
Tratto	z'_{in} [cm]	z'_{fin} [cm]	Sezione	$ M_{QP} > M_{CR} $	$I^{(I)}$ [mm ⁴]	$I^{(II)}$ [mm ⁴]	c_i [-]
1	0.00	56.00	S1*	VERO	4.46E+09	2.71E+09	1.65
2	56.00	80.00	S1*	FALSO	4.46E+09	-	-
3	80.00	95.00	S2*	FALSO	4.27E+09	-	-
4	95.00	140.00	S8	FALSO	4.64E+09	-	-
5	140.00	190.00	S7	FALSO	4.12E+09	-	-
6	190.00	198.00	S2	FALSO	4.27E+09	-	-
7	198.00	415.00	S2	VERO	4.27E+09	2.22E+09	1.92
8	415.00	435.00	S2	VERO	4.27E+09	2.22E+09	1.92
9	435.00	505.00	S7	FALSO	4.12E+09	-	-

10	505.00	510.00	S8	FALSO	4.64E+09	-	-
11	510.00	560.00	S2*	FALSO	4.27E+09	-	-
12	560.00	572.00	S1*	FALSO	4.46E+09	-	-
13	572.00	615.00	S1*	VERO	4.46E+09	2.71E+09	1.65

* sezione ribaltata

I tratti in cui si ha che $|M_{QP}| > |M_{CR}|$ sono quelli in cui si verifica fessurazione. Nello specifico caso l'integrale si scriverà come segue:

$$\delta_{C5} = \sum_{i=1}^{13} \int_{z'_{in,i}}^{z'_{fin,i}} M_f(z') M_s(z') / EJ_i^{(I)} dz' + \sum_{i=1,7,8,13} \int_{z'_{in,i}}^{z'_{fin,i}} M_f(z') M_s(z') / EJ_i^{(I)} \zeta_i(z') (c_i - 1) dz'$$

Viene fatta un'integrazione numerica con metodo del trapezio con step 1 cm. Il risultato della deformazione è:

$$\delta_{C5} = 8.6 \text{ mm}$$

Si verifica la prescrizione di limitazione della freccia:

$$\delta_{C5} = 8.6 \text{ mm} < \delta_{max} = L_5 / 250 = 24.6 \text{ mm}$$

La verifica risulta soddisfatta.

Si illustra di seguito il diagramma di momento agente relativo alla combinazione più gravosa per la verifica della freccia sovrapposto al diagramma dei momenti di prima fessurazione.



4.9.2. Campata 5: verifica semplificata

La verifica semplificata viene eseguita secondo il punto 7.4.2 delle norme EN 1992-1-1. Si può direttamente fare utilizzo della tabella 7.4N costruita con procedure parametriche dalla normativa. Per campate intermedie di travi continue si considera:

$$(l/d)_{max} = 30 > l/d = 6.15/0.46 = 13.4$$

La verifica è soddisfatta. È possibile in alternativa sfruttare le formule parametriche da cui vengono derivati i valori della tabella precedentemente utilizzata. Si dimostra in seguito che non si arriva a differenze significative per il valore limite di l/d .

Si deve preventivamente calcolare il rapporto di armatura tesa presente a metà campata. A metà della campata 5 è presente la sezione S2 della quale si riportano le proprietà geometriche:

$$b = 300 \text{ mm}; \quad d = 460 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}; \quad d'' = 40 \text{ mm}; \quad h = 500 \text{ mm}$$

$$A'_s = 2\phi 18 = 508 \text{ mm}^2;$$

$$A_s = 5\phi 18 = 1270 \text{ mm}^2;$$

Viene calcolato il rapporto geometrico di armatura:

$$\rho = A_s/A_c = A_s/(b \cdot h) = 0.0085$$

Si calcola il valore ρ_0 dato dalla seguente formulazione:

$$\rho_0 = \sqrt{f_{ck}} \cdot 10^{-3} = 0.0054$$

La normativa prescrive che si debbano impiegare le seguenti formule per il calcolo di l/d massimo:

$$(l/d)_{max} = K[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \cdot \rho_0/\rho + 3.2\sqrt{f_{ck}} \cdot (\rho_0/\rho - 1)^{3/2}] \quad \text{per } \rho \leq \rho_0$$

$$(l/d)_{max} = K[11 + 1.5\sqrt{f_{ck}} \cdot \rho_0/(\rho - \rho') + 1/12\sqrt{f_{ck}} \cdot \sqrt{\rho'/\rho_0}] \quad \text{per } \rho > \rho_0$$

Si rientra nel caso $\rho > \rho_0$. Vengono determinati i coefficienti K e ρ' :

$$\rho' = A'_s/A_c = A'_s/(b \cdot h) = 0.00339$$

$$K = 1.5 \quad (\text{campata intermedia di trave continua secondo tabella 7.4N delle norme EN 1992-1-1})$$

Dato che le formule per ricavare $(l/d)_{max}$ sono derivate tenendo conto di un acciaio con tensione di snervamento a 500 MPa, la normativa propone di correggere il valore moltiplicando per il fattore $310/\sigma_s$ che può essere assunto pari a:

$$310/\sigma_s = 500/(f_{yk}A_{s,req}/A_{s,prov}) \simeq 500/450 = 1.111$$

Sono stati assunti i valori:

$$A_{s,req} = 1254.39 \text{ mm}^2; \quad (\text{si veda il calcolo di progetto a SLU di sforzo normale})$$

$$A_{s,prov} = 5\phi 18 = 1270 \text{ mm}^2;$$

Si calcola quindi $(l/d)_{max}$ e risulta:

$$(l/d)_{max} = 33.4 > l/d = 6.15/0.46 = 13.4$$

5. SOLAIO

5.1. Progetto e verifica a SLU di sforzo normale

Si effettueranno nella presente sezione il progetto e le verifiche per SLU di sforzo normale relative al solaio. Il solaio viene realizzato con tecnologia costruttiva tradizionale in laterocemento. La parte strutturale consiste in un travetto di sezione a T. Le pignatte si considerano come non collaboranti. I travetti sono disposti con interasse di 500 mm. La resistenza a SLU è affidata al calcestruzzo e all'armatura integrativa della quale si deve deciderne quantitativo e disposizione. Il traliccio è composto da un fondello di base 100 mm riempito in calcestruzzo con armatura inferiore di $2\phi 5$ e superiore di $1\phi 5$ con traliccio laterale composto da due greche $\phi 5$. Questi vengono trascurati nel calcolo statico a favore di sicurezza.

5.1.1. Sezione di appoggio centrale AS2

Vengono riassunte le dimensioni geometriche considerate:

$$\begin{aligned} h &= 250 \text{ mm}; & s &= 50 \text{ mm}; & d' &= 25 \text{ mm}; \\ d &= 225 \text{ mm}; & b &= 100 \text{ mm}; & B &= 500 \text{ mm}; \end{aligned}$$

Si indica con b la larghezza dell'anima e con B l'interasse dei travetti. Con s si indica l'altezza della piattabanda.

Il momento agente all'appoggio centrale è:

$$M_{Ed} = -18.1 \text{ kNm};$$

Si porterà avanti il ragionamento considerando la sezione ribaltata con segno del momento cambiato in quanto si sta progettando a momento agente negativo. Al fine di eseguire il progetto si considera la parte in calcestruzzo della sezione reagente come rettangolare di larghezza b . L'ipotesi di partenza che dovrà essere verificata è quindi che la piattabanda non venga tagliata dalla retta di stato limite nel campo deformativo. La sola parte reagente in calcestruzzo è quella dell'anima. Si ipotizza di essere sulla retta limite tra campo (2) e campo (3). Per le ipotesi scelte si avrà acciaio teso snervato e legame costitutivo parabola-rettangolo del calcestruzzo compresso completamente sviluppato. Questo implica:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Si devono scrivere le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione in cui le incognite sono lo stato deformativo identificato dall'altezza x di sezione in calcestruzzo reagente e l'armatura da dimensionare A_s .

$$C_c - T_s = 0 \quad (\text{Equazione di equilibrio a traslazione})$$

$$b\psi x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

Si esplicita x :

$$x = A_s f_{yd} / (b\psi f_{cd})$$

Si scrive l'equazione di equilibrio a rotazione rispetto a un polo qualsiasi in virtù del fatto che si è in flessione semplice. Si sceglie come polo T_s .

$$C_c(d - \lambda x) = M_{Ed} \quad (\text{Equazione di equilibrio a rotazione})$$

$$A_s f_{yd}(d - \lambda x) = M_{Ed}$$

Si sostituisce x precedentemente esplicitata:

$$A_s f_{yd} \left(d - \lambda A_s f_{yd} / (b\psi f_{cd}) \right) = M_{Ed}$$

È possibile ricavare il quantitativo di armatura necessaria. Si ricava:

$$A_s = 234.5 \text{ mm}^2;$$

$$x = 66.7 \text{ mm};$$

Si deve verificare l'ipotesi di partenza di piattabanda non tagliata. La verifica è immediatamente verificata nella seguente relazione:

$$x = 66.7 \text{ mm} < (h - s) = 200 \text{ mm};$$

Si sceglie di adottare:

$$A_s = 308 \text{ mm}^2 = 2\phi 14$$

Si procede con la verifica. Si ipotizza di essere in campo (3):

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

dall'equilibrio a traslazione:

$$x = A_s f_{yd} / (b \psi f_{cd}) = 87.5 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.3892 > 0.2593;$$

Si ricava la deformazione lato acciaio:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cu} \cdot (d - x)/x = 0.005492 > \epsilon_{se}$$

L'ipotesi assunta è verificata. Ci si trova in campo (3). Si ha che rimangono valide le seguenti:

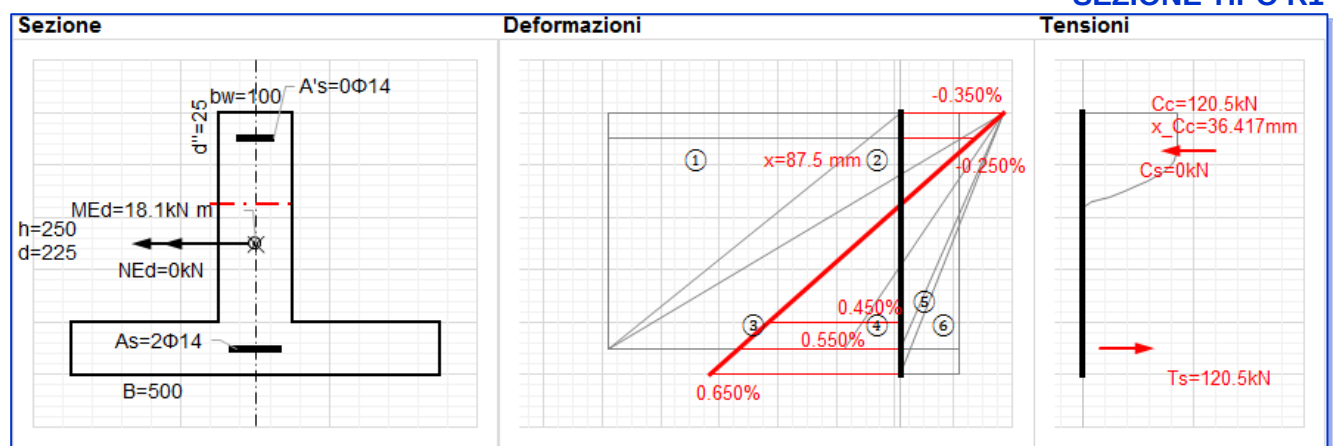
$$\sigma_s = f_{yd};$$

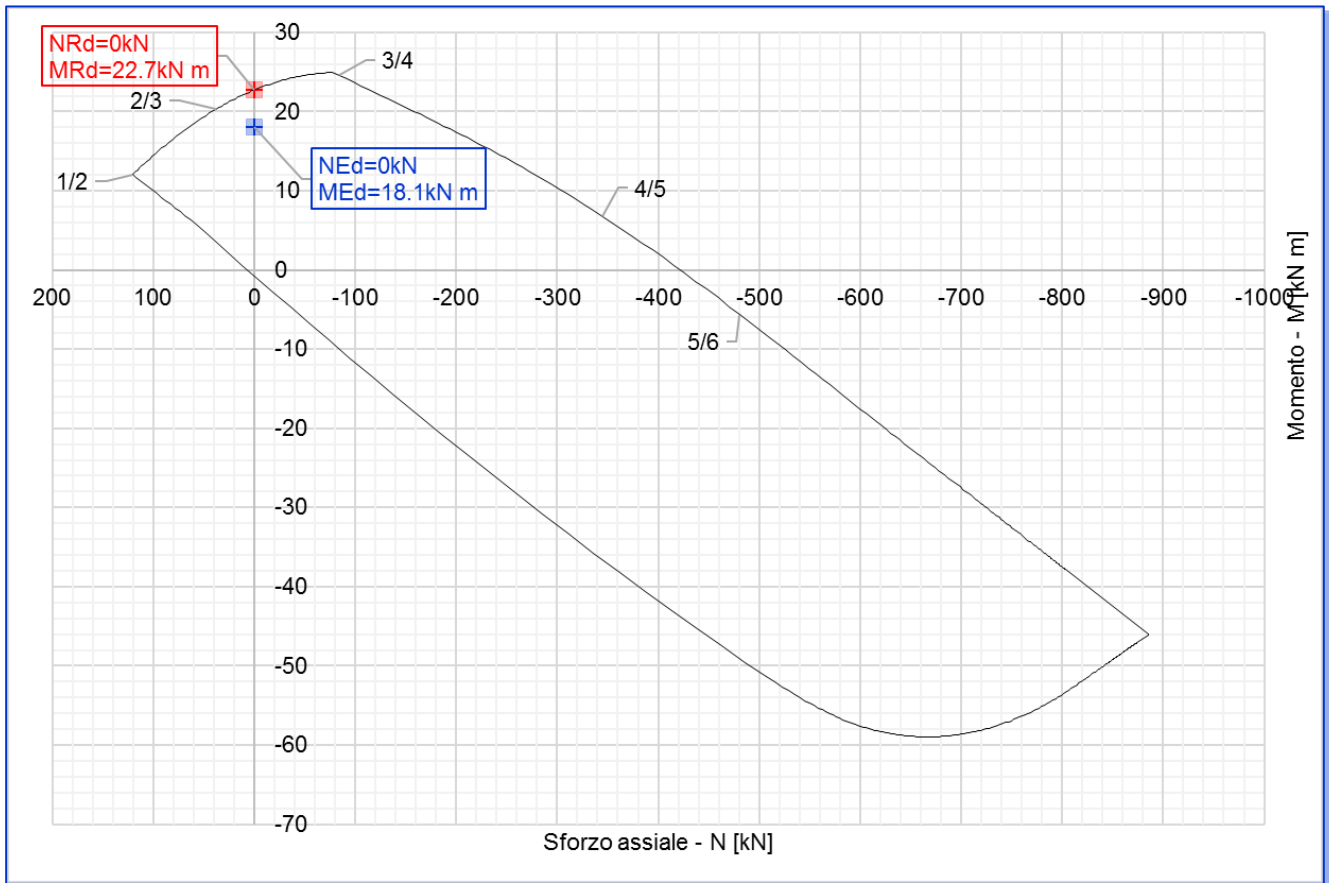
$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

L'ipotesi risulta verificata. Si procede con il calcolo del momento resistente:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} (d - \lambda x) = 22.7 \text{ kNm} > M_{Ed} = 18.1 \text{ kNm}$$

SEZIONE TIPO R1





Verifiche di dettaglio

Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 37.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 29.25 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

5.1.2. Sezione di campata 1

Vengono riassunte le dimensioni geometriche considerate:

$$h = 250 \text{ mm}; \quad s = 50 \text{ mm}; \quad d' = 25 \text{ mm};$$

$$d = 225 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm}; \quad B = 500 \text{ mm};$$

Si indica con b la larghezza dell'anima e con B l'interasse dei travetti. Con s si indica l'altezza della piattabanda.

Il momento agente in campata 1 è:

$$M_{Ed} = 14.9 \text{ kNm};$$

Al fine di eseguire il progetto si considera la parte in calcestruzzo della sezione reagente come rettangolare di larghezza B . L'ipotesi di partenza che dovrà essere verificata è quindi che l'anima non venga tagliata dalla retta di stato limite nel campo deformativo. La sola parte reagente in calcestruzzo è quella dell'ala. Si ipotizza di essere sulla retta limite tra campo (2) e campo (3). Per le ipotesi scelte

si avrà acciaio teso snervato e legame costitutivo parabola-rettangolo del calcestruzzo compresso completamente sviluppato. Questo implica:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Si devono scrivere le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione in cui le incognite sono lo stato deformativo identificato dall'altezza x di sezione in calcestruzzo reagente e l'armatura da dimensionare A_s .

$$C_c - T_s = 0 \quad (\text{Equazione di equilibrio a traslazione})$$

$$B\psi x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

Si esplicita x :

$$x = A_s f_{yd} / (B\psi f_{cd})$$

Si scrive l'equazione di equilibrio a rotazione rispetto a un polo qualsiasi in virtù del fatto che si è in flessione semplice. Si sceglie come polo T_s .

$$C_c(d - \lambda x) = M_{Ed} \quad (\text{Equazione di equilibrio a rotazione})$$

$$A_s f_{yd}(d - \lambda x) = M_{Ed}$$

Si sostituisce x precedentemente esplicitata:

$$A_s f_{yd} \left(d - \lambda A_s f_{yd} / (B\psi f_{cd}) \right) = M_{Ed}$$

È possibile ricavare il quantitativo di armatura necessaria. Si ricava:

$$A_s = 172.4 \text{ mm}^2;$$

$$x = 9.8 \text{ mm} < 50 \text{ mm};$$

La piattabanda viene tagliata dall'asse neutro. L'anima è totalmente non collaborante. L'ipotesi di partenza è quindi verificata. Si sceglie di mettere in opera:

$$A_s = 2\phi 12 = 226 \text{ mm}^2;$$

Si procede con la verifica. Si ipotizza di essere in campo (3):

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

dall'equilibrio a traslazione:

$$x = A_s f_{yd} / (b\psi f_{cd}) = 12.9 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.0571 < 0.2593;$$

L'ipotesi assunta non è verificata. Ci si trova in campo (2). Si ha che rimane valida:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

Per congruenza si ha:

$$\epsilon_c = x/(d - x)\epsilon_{su};$$

Si ipotizza ramo parabolico del legame costitutivo non completamente sviluppato, ossia:

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}; \quad \psi = \epsilon_c / (3\epsilon_{c2}^2) \cdot (3\epsilon_{c2} - \epsilon_c); \quad \lambda = (4\epsilon_{c2} - \epsilon_c) / (4(3\epsilon_{c2} - \epsilon_c));$$

Dall'equazione di equilibrio a traslazione si ricava x :

$$b\psi(x)x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

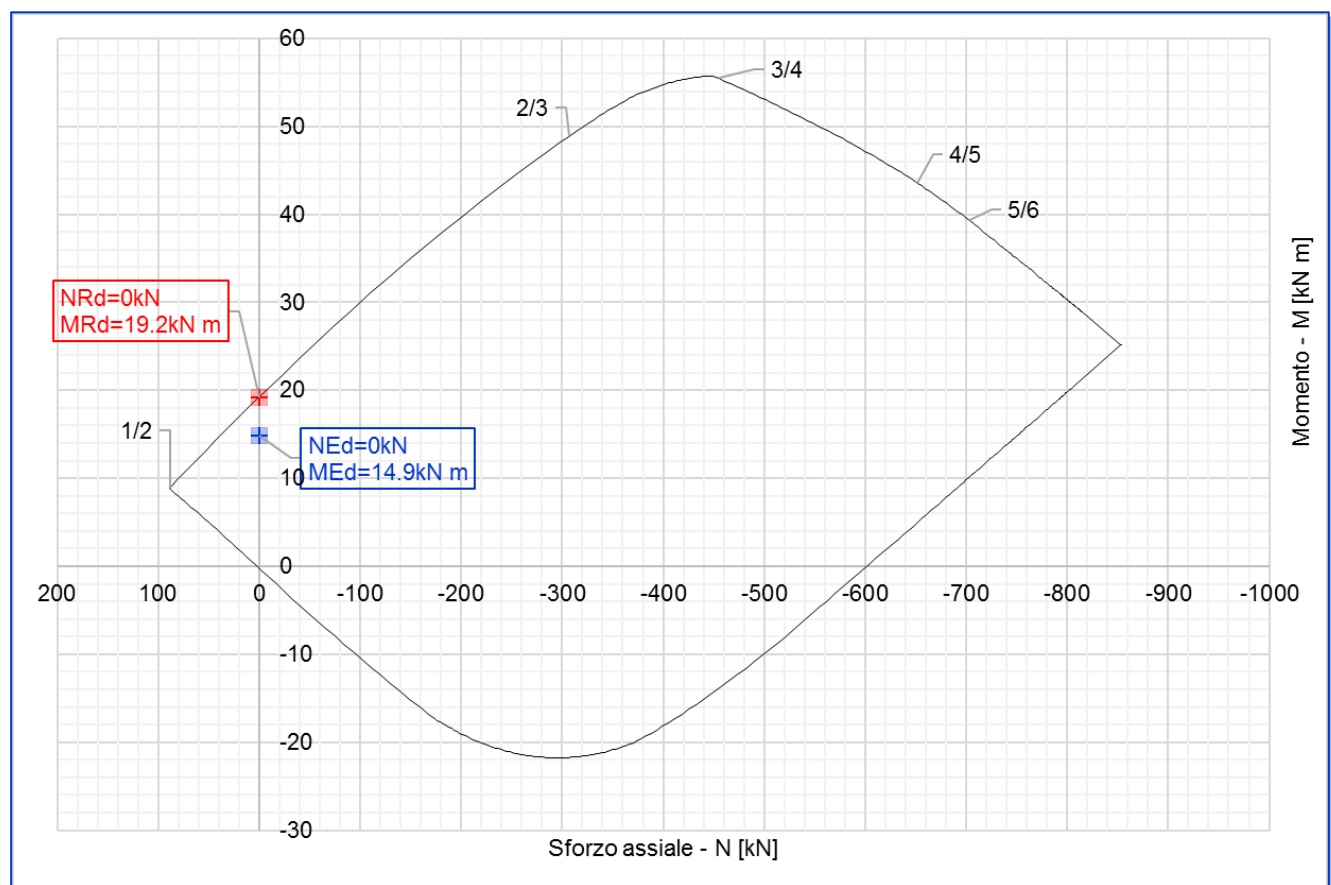
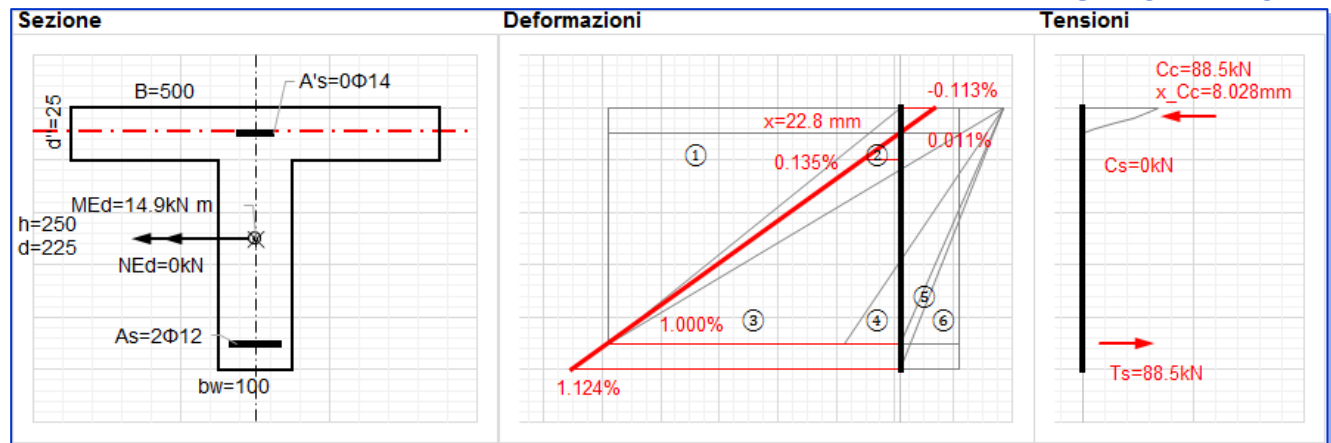
Si ricava $x = 22.8 \text{ mm}$. Si devono verificare le ipotesi assunte:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x / (d - x) = 0.00125 \rightarrow \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

Ipotesi sulle tensioni del calcestruzzo verificata. L'asse neutro cade inoltre sull'anima e si è in campo (2). Si procede determinando il momento resistente della sezione:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} (d - \lambda x) = 19.2 \text{ kNm} > M_{Ed} = 14.9 \text{ kNm}$$

SEZIONE TIPO R2



Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 37.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 29.25 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

5.1.3. Sezione di campata 2

Vengono riassunte le dimensioni geometriche considerate:

$$h = 250 \text{ mm}; \quad s = 50 \text{ mm}; \quad d' = 25 \text{ mm};$$

$$d = 225 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm}; \quad B = 500 \text{ mm};$$

Si indica con b la larghezza dell'anima e con B l'interasse dei travetti. Con s si indica l'altezza della piattabanda.

Il momento agente in campata 2 è:

$$M_{Ed} = 8.73 \text{ kNm};$$

Al fine di eseguire il progetto si considera la parte in calcestruzzo della sezione reagente come rettangolare di larghezza B . L'ipotesi di partenza che dovrà essere verificata è quindi che l'anima non venga tagliata dalla retta di stato limite nel campo deformativo. La sola parte reagente in calcestruzzo è quella dell'ala. Si ipotizza di essere sulla retta limite tra campo (2) e campo (3). Per le ipotesi scelte si avrà acciaio teso snervato e legame costitutivo parabola-rettangolo del calcestruzzo compresso completamente sviluppato. Questo implica:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Si devono scrivere le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione in cui le incognite sono lo stato deformativo identificato dall'altezza x di sezione in calcestruzzo reagente e l'armatura da dimensionare A_s .

$$C_c - T_s = 0 \quad (\text{Equazione di equilibrio a traslazione})$$

$$B\psi x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

Si esplicita x :

$$x = A_s f_{yd} / (B\psi f_{cd})$$

Si scrive l'equazione di equilibrio a rotazione rispetto a un polo qualsiasi in virtù del fatto che si è in flessione semplice. Si sceglie come polo T_s .

$$C_c(d - \lambda x) = M_{Ed} \quad (\text{Equazione di equilibrio a rotazione})$$

$$A_s f_{yd}(d - \lambda x) = M_{Ed}$$

Si sostituisce x precedentemente esplicitata:

$$A_s f_{yd} \left(d - \lambda A_s f_{yd} / (B\psi f_{cd}) \right) = M_{Ed}$$

È possibile ricavare il quantitativo di armatura necessaria. Si ricava:

$$A_s = 100.2 \text{ mm}^2;$$

$$x = 5.7 \text{ mm} < 50 \text{ mm};$$

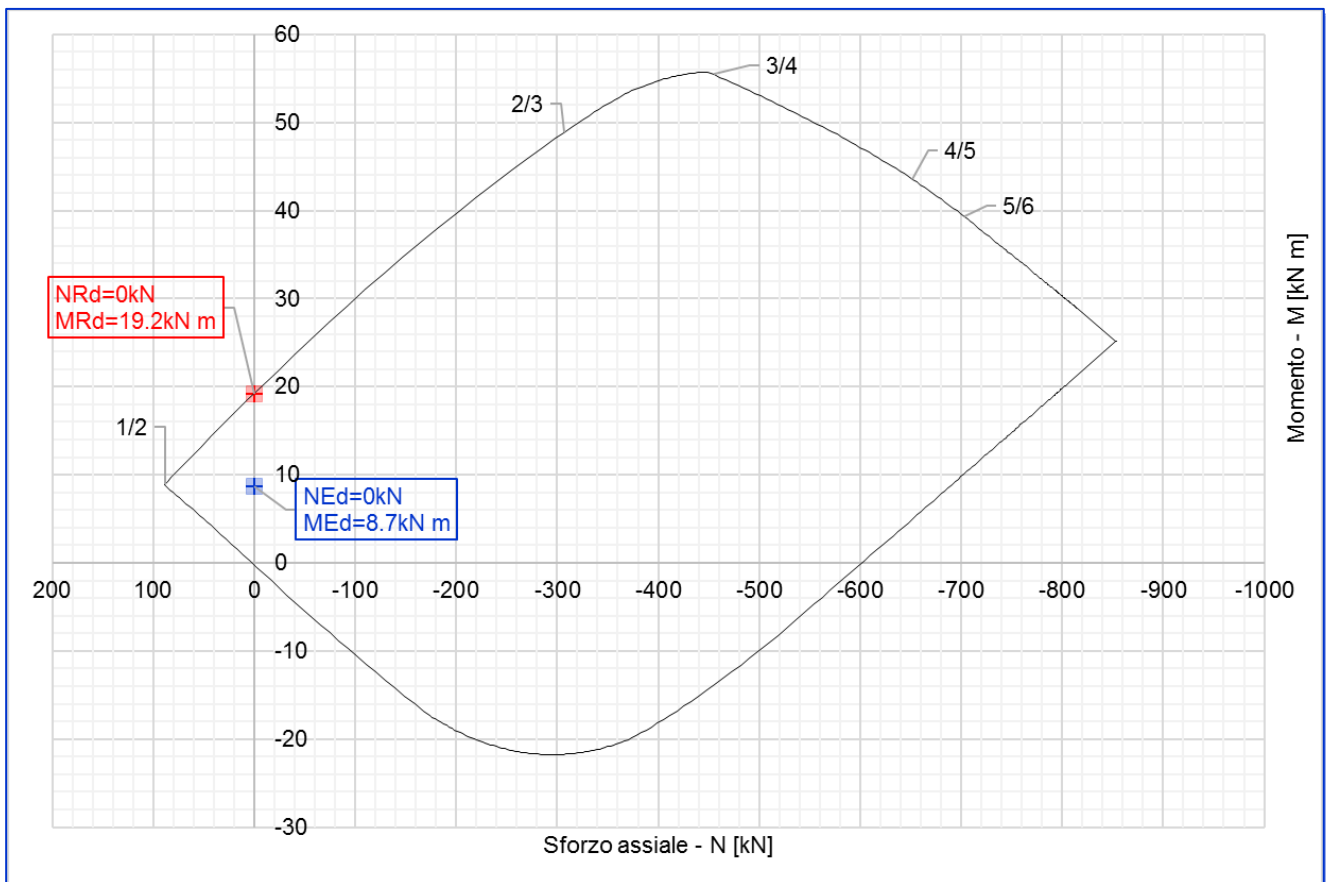
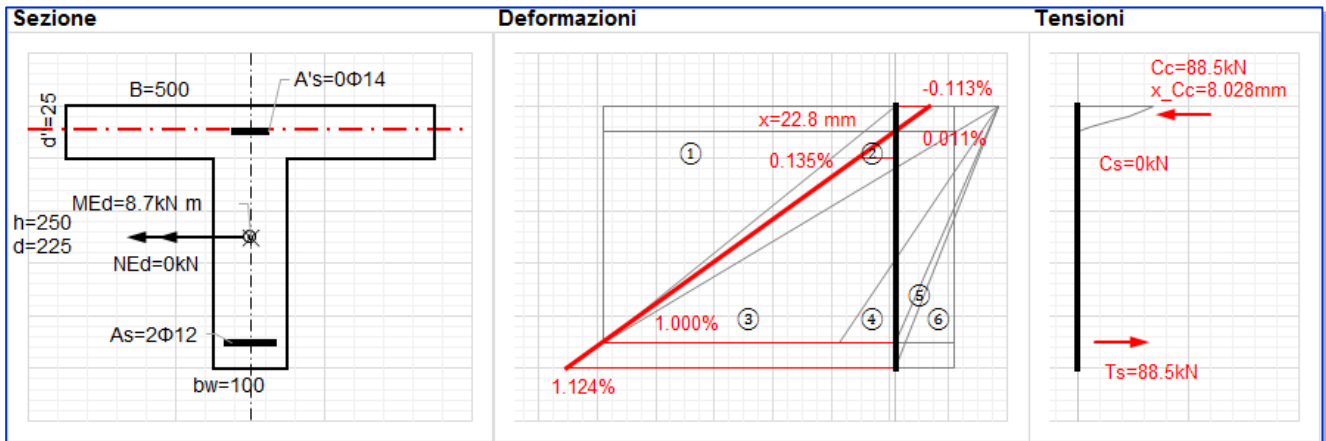
La piattabanda viene tagliata dall'asse neutro. L'anima è totalmente non collaborante. L'ipotesi di partenza è quindi verificata. Si sceglie di mettere in opera:

$$A_s = 2\phi 12 = 226 \text{ mm}^2;$$

La sezione è analoga a quella presentata per la campata 1. Si ottiene $x = 22.8 \text{ mm}$ e si determina il momento resistente della sezione:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} (d - \lambda x) = 19.2 \text{ kNm} > M_{Ed} = 8.73 \text{ kNm}$$

SEZIONE TIPO R2



Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26f_{ctm}/f_{yk} b_t d = 37.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013b_t d = 29.25 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 1800 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04A_c = 1800 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

5.1.4. Armatura integrativa per appoggi di estremità a momento negativo

Dato che l'elemento al quale il solaio si collega in corrispondenza degli appoggi di estremità, ovvero la trave, non consente una rotazione perfetta assorbendo una quota arte di momento e ha differente rigidezza, per prevenire problemi di fessurazione si considera una quota aggiuntiva di momento negativo con relativa armatura integrativa. In corrispondenza degli appoggi AS1 e AS3 di estremità si considera un momento negativo aggiuntivo pari a:

$$M_{Ed,AS1} = -q_{Ed,SLU} L_1^2 / 16 = -10.8 \text{ kNm}$$

$$M_{Ed,AS2} = -q_{Ed,SLU} L_2^2 / 16 = -6.9 \text{ kNm}$$

In cui $q_{Ed,SLU} = 6.90 \text{ kN/m}$, $L_1 = 5.00 \text{ m}$, $L_2 = 4.00 \text{ m}$.

5.1.5. Sezione di appoggio estremo AS1

Vengono riassunte le dimensioni geometriche considerate:

$$\begin{aligned} h &= 250 \text{ mm}; & s &= 50 \text{ mm}; & d' &= 25 \text{ mm}; \\ d &= 225 \text{ mm}; & b &= 100 \text{ mm}; & B &= 500 \text{ mm}; \end{aligned}$$

Si indica con b la larghezza dell'anima e con B l'interasse dei travetti. Con s si indica l'altezza della piattabanda.

Il momento agente all'appoggio AS1 è:

$$M_{Ed} = -10.8 \text{ kNm};$$

Si porterà avanti il ragionamento considerando la sezione ribaltata con segno del momento cambiato in quanto si sta progettando a momento agente negativo. Al fine di eseguire il progetto si considera la parte in calcestruzzo della sezione reagente come rettangolare di larghezza b . L'ipotesi di partenza che dovrà essere verificata è quindi che la piattabanda non venga tagliata dalla retta di stato limite nel campo deformativo. La sola parte reagente in calcestruzzo è quella dell'anima. Si ipotizza di essere sulla retta limite tra campo (2) e campo (3). Per le ipotesi scelte si avrà acciaio teso snervato e legame costitutivo parabola-rettangolo del calcestruzzo compresso completamente sviluppato. Questo implica:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Si devono scrivere le equazioni di equilibrio a traslazione e rotazione in cui le incognite sono lo stato deformativo identificato dall'altezza x di sezione in calcestruzzo reagente e l'armatura da dimensionare A_s .

$$C_c - T_s = 0 \quad (\text{Equazione di equilibrio a traslazione})$$

$$b\psi x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

Si esplicita x :

$$x = A_s f_{yd} / (b\psi f_{cd})$$

Si scrive l'equazione di equilibrio a rotazione rispetto a un polo qualsiasi in virtù del fatto che si è in flessione semplice. Si sceglie come polo T_s .

$$C_c(d - \lambda x) = M_{Ed} \quad (\text{Equazione di equilibrio a rotazione})$$

$$A_s f_{yd}(d - \lambda x) = M_{Ed}$$

Si sostituisce x precedentemente esplicitata:

$$A_s f_{yd} \left(d - \lambda A_s f_{yd} / (b \psi f_{cd}) \right) = M_{Ed}$$

È possibile ricavare il quantitativo di armatura necessaria. Si ricava:

$$A_s = 131.8 \text{ mm}^2;$$

$$x = 37.5 \text{ mm};$$

Si deve verificare l'ipotesi di partenza di piattabanda non tagliata. La verifica è immediatamente verificata nella seguente relazione:

$$x = 37.5 \text{ mm} < (h - s) = 200 \text{ mm};$$

Si sceglie di adottare:

$$A_s = 154 \text{ mm}^2 = 1\phi 14$$

Si procede con la verifica. Si ipotizza di essere in campo (2) con fase parabolica del legame costitutivo del calcestruzzo completamente sviluppata. Queste ipotesi andranno in seguito verificate.

$$\sigma_s = f_{yd};$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c\epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}))$$

In queste relazioni ϵ_c viene determinato per congruenza:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x)$$

dall'equilibrio a traslazione si pone:

$$b\psi(\epsilon_c(x))x f_{cd} - A_s f_{yd} = 0$$

Da cui si ricava:

$$x = 47.3 \text{ mm}$$

$$\xi = x/d = 0.21020 < 0.2593;$$

Si ricava la deformazione lato calcestruzzo:

$$\epsilon_c = \epsilon_{su} \cdot x/(d - x) = 0.002661 \rightarrow \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}$$

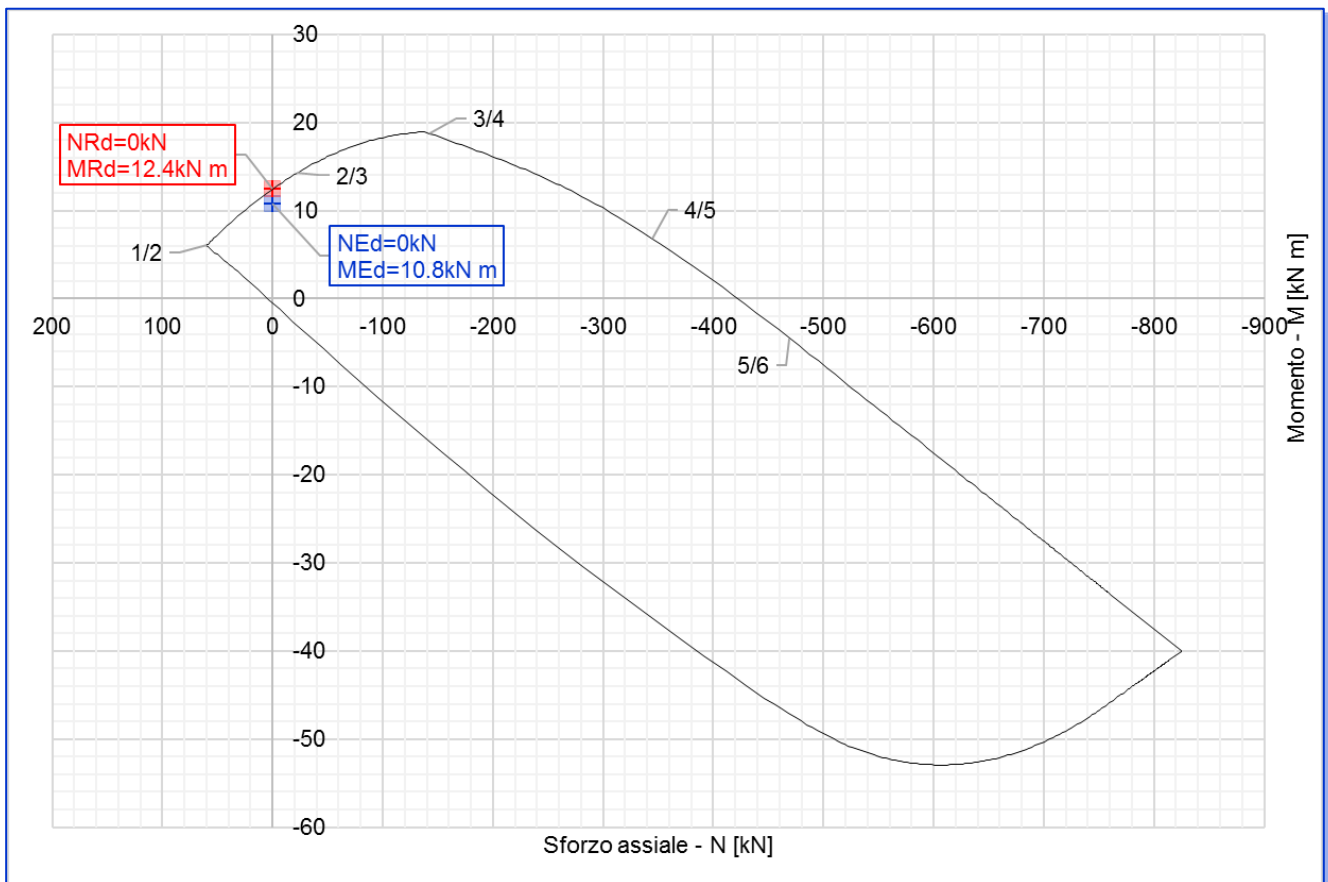
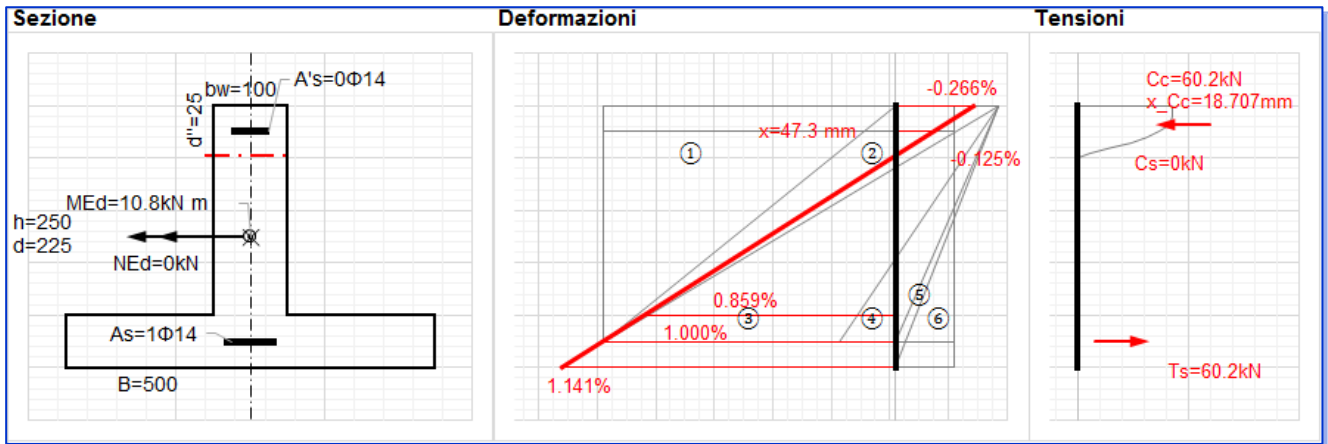
Le ipotesi assunte sono verificate. Ci si trova in campo (2). Si ha che rimangono valide le seguenti:

$$\sigma_s = f_{yd};$$

Si procede con il calcolo del momento resistente:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd}(d - \lambda x) = 12.43 \text{ kNm} > M_{Ed} = 10.8 \text{ kNm}$$

SEZIONE TIPO R3



Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 37.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 29.25 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

5.1.6. Sezione di appoggio estremo AS3

Vengono riassunte le dimensioni geometriche considerate:

$h = 250 \text{ mm};$ $s = 50 \text{ mm};$ $d' = 25 \text{ mm};$
 $d = 225 \text{ mm};$ $b = 100 \text{ mm};$ $B = 500 \text{ mm};$

Si indica con b la larghezza dell'anima e con B l'interasse dei travetti. Con s si indica l'altezza della piattabanda.

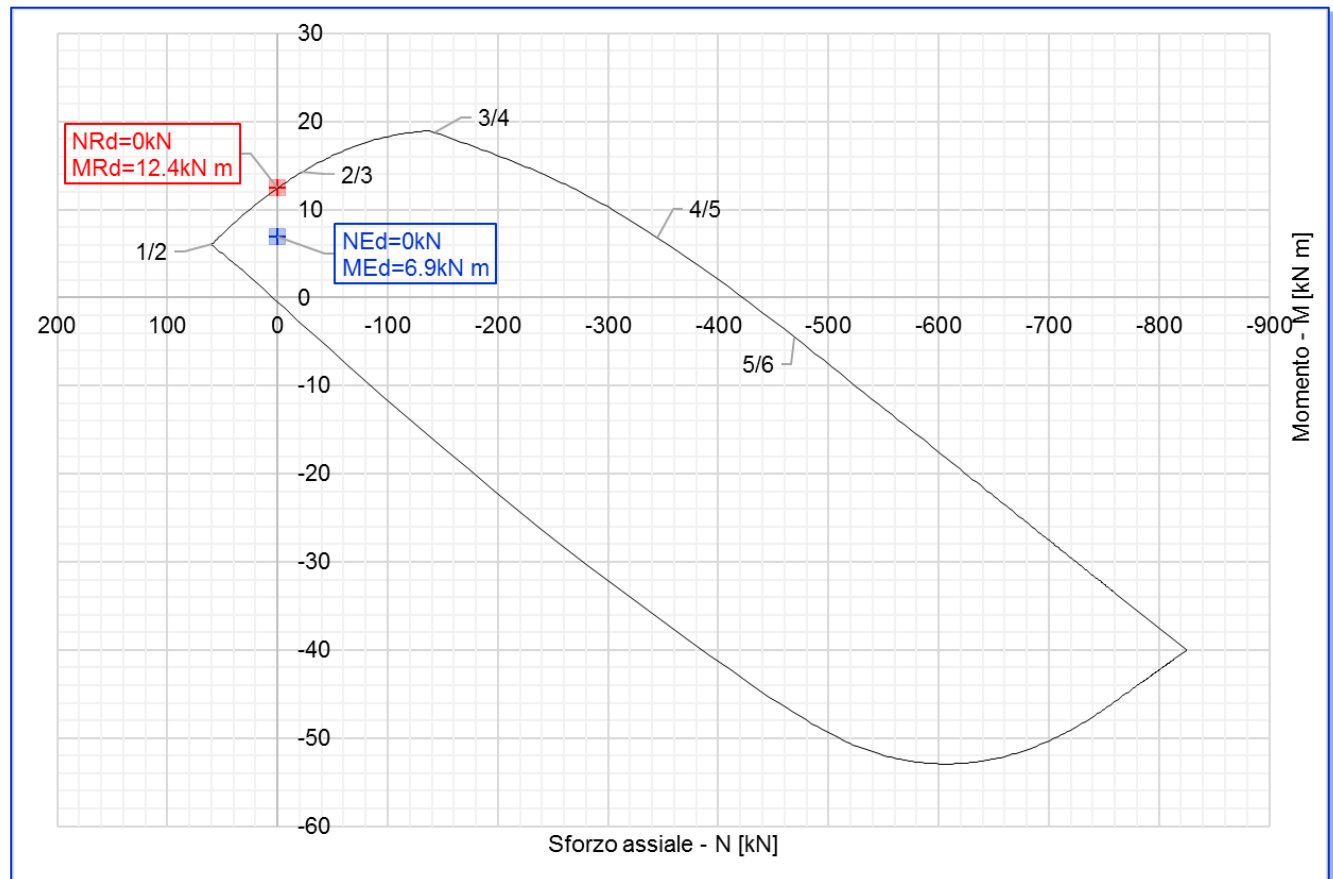
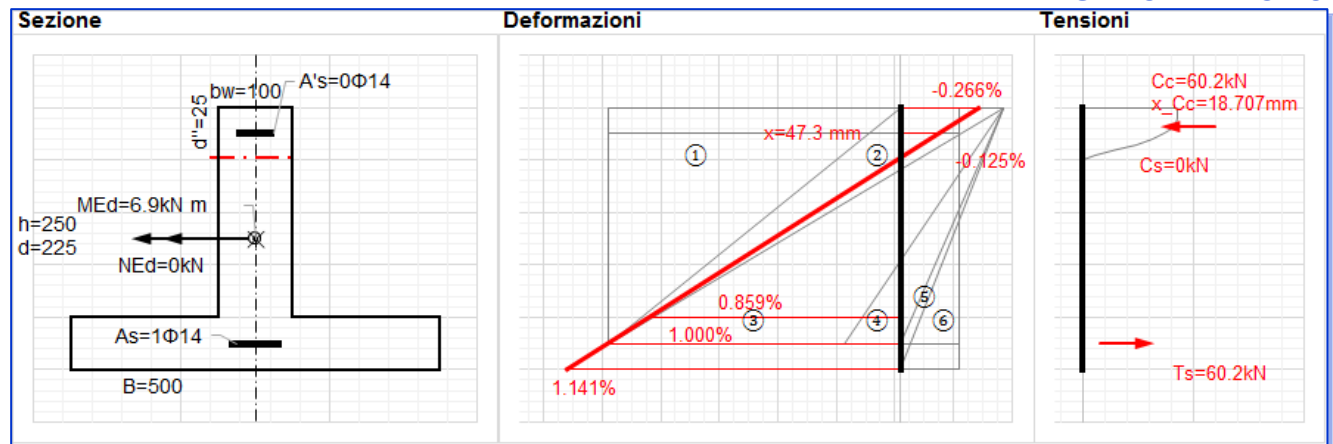
Il momento agente all'appoggio AS3 è:

$$M_{Ed} = -6.9 \text{ kNm};$$

Si ragiona a sezione ribaltata soggetta a momento positivo. Si adotterà lo stesso quantitativo di armatura impiegata per l'appoggio AS1. Si avrà quindi:

$$M_{Rd} = A_s f_{yd} (d - \lambda x) = 12.43 \text{ kNm} > M_{Ed} = 6.9 \text{ kNm}$$

SEZIONE TIPO R3



Come indicato al punto 9.2.1.1 della normativa EN 1992-1-1 devono essere verificati i rapporti minimi e massimi di armatura. In particolare:

$$A_s \geq A_{s,min} = 0.26 f_{ctm} / f_{yk} b_t d = 37.7 \text{ mm}^2$$

$$A_s \geq 0.0013 b_t d = 29.25 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2; \quad A'_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 1800 \text{ mm}^2;$$

Le verifiche risultano soddisfatte.

5.1.7. Armatura integrativa agli appoggi per assorbimento del taglio

Si dispone un'armatura integrativa che, per avere equilibrio al nodo, deve almeno essere in grado di reggere il taglio presente agli appoggi. Se non ci fosse si avrebbe infatti una spinta a vuoto provocata dalle componenti orizzontali delle forze trasmesse dalle bielle compresse in calcestruzzo inclinate a 45° in corrispondenza del nodo.

Appoggio AS1

In prossimità dell'appoggio AS1 si ha: $V_{Ed,AS1} = 14.32 \text{ kN}$

Si dovranno disporre un numero di ferri con area superiore a:

$$A_{s,AS1} \geq V_{Ed,AS1} / f_{yd} = 36.6 \text{ mm}^2$$

Appoggio AS2

In prossimità dell'appoggio AS2 a sinistra si ha: $V_{Ed,A2,sx} = -20.86 \text{ kN}$

Si dovranno disporre un numero di ferri con area superiore a:

$$A_{s,AS2,sx} \geq V_{Ed} / f_{yd} = 53.3 \text{ mm}^2$$

In prossimità dell'appoggio AS2 a destra si ha: $V_{Ed,A2,dx} = 18.31 \text{ kN}$

Si dovranno disporre un numero di ferri con area superiore a:

$$A_{s,AS2,dx} \geq V_{Ed} / f_{yd} = 46.8 \text{ mm}^2$$

Appoggio AS3

In prossimità dell'appoggio AS3 si ha: $V_{Ed,AS3} = -10.97 \text{ kN}$

Si dovranno disporre un numero di ferri con area superiore a:

$$A_{s,AS3} \geq V_{Ed,AS3} / f_{yd} = 28.03 \text{ mm}^2$$

Armatura

Per ogni appoggio verrà disposto al lembo inferiore un'armatura integrativa dedicata al taglio pari a:

$$1\phi 10 = 80 \text{ mm}^2$$

La lunghezza prevista è pari a 100 cm. In merito a queste armature si faranno le dovute verifiche nella sezione dedicata allo SLU di taglio, queste saranno automaticamente soddisfatte come conseguenza della progettazione appena conclusa ma se ne mostrerà comunque il soddisfacimento. Le barre $\phi 10$ non sono state considerate per le verifiche di resistenza a SLU di sforzo normale a favore di sicurezza.

5.1.8. Traslazione del diagramma dei momenti

La traslazione del diagramma dei momenti viene fatta per una lunghezza pari a:

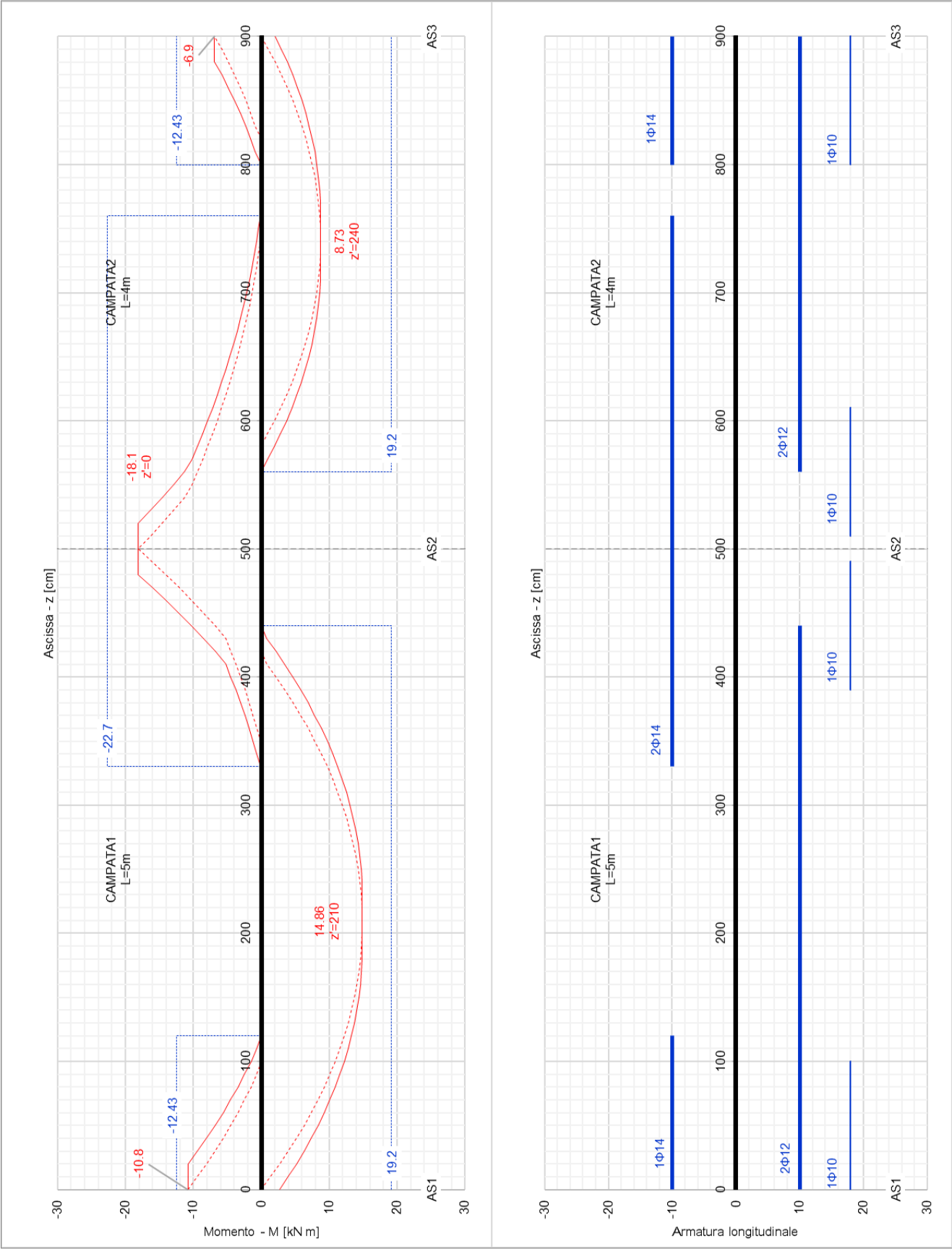
$$a_l = z = 0.9d = 20.3 \text{ cm} \quad (d = 225 \text{ mm})$$

Questo deriva dal fatto che le armature longitudinali devono assorbire una quota aggiuntiva pari alle le sollecitazioni provocate dal taglio in una condizione di fessurazione a 45°. In particolare in corrispondenza degli appoggi devono assorbire una quota aggiuntiva uguale al taglio ($\Delta F_{td} = V_{Ed}$). Si ha che:

$$M_{Ed}/z + \Delta F_{td} \leq M_{Ed,max}/z \rightarrow z = (M_{Ed} - M_{Ed,max})/V_{Ed}$$

5.1.9. Diagramma momenti agenti – momenti resistenti e disposizione delle armature

La disposizione delle armature raffigurata è da intendersi al netto delle lunghezze di ancoraggio.



5.2. Lunghezze di ancoraggio

Per garantire il corretto trasferimento degli sforzi e l'ancoraggio delle barre è necessario prolungare la barra della lunghezza di ancoraggio. Qualora si sia in presenza di appoggio laterale con assenza di spazio per il prolungamento si prevede la piegatura delle barre. Di seguito vengono calcolate queste lunghezze minime necessarie. Si seguiranno le indicazioni della norma EN 1992-1-1 punto 8.4 (Anchorage of longitudinal reinforcement).

5.2.1. Metodo di calcolo della tensione sulla barra (σ_{sd})

Devono preventivamente essere calcolate le tensioni di progetto delle barre nei punti da cui si fa partire la lunghezza di ancoraggio, indicate nel procedimento con la notazione σ_{sd} . Queste possono essere considerate cautelativamente uguali alla tensione di snervamento di progetto dell'acciaio, in alternativa ove conveniente per la messa in opera a fini pratici, può essere condotto un calcolo rigoroso sulla base delle azioni presenti alla coordinata della trave da cui si fa partire l'ancoraggio.

Descrizione del calcolo rigoroso della σ_{sd}

Il ragionamento è analogo a quello presentato nella sezione dedicata al calcolo delle lunghezze di ancoraggio per la trave. Si adotteranno gli stessi legami costitutivi (elastico perfettamente plastico per il calcestruzzo secondo il punto 3.1.7(2) delle EN 1992-1-1 ed elastico perfettamente plastico per l'acciaio). Rispetto al calcolo fatto per la trave si devono modificare le formule di equilibrio considerate e scindere i casi di piattabanda tagliata e non tagliata dall'asse neutro.

Con la notazione σ_{cs} si intendono le tensioni all'estremità del lembo compresso sul calcestruzzo. Si ipotizza di essere sul ramo elastico di entrambi i materiali. Nel caso in cui questa condizione non risulti in seguito verificata si assumerà la tensione di calcolo come coincidente con quella di snervamento. L'equazione di equilibrio a rotazione viene scritta considerando il punto di applicazione della forza $1/2 Bx f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs}$ come polo.

Caso di anima tagliata dall'asse neutro a momento negativo ($x < (h - s)$):

$$1/2 b x f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs} - A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (h - d'' - x)/x + A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - h + d)/x = 0$$

$$A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (h - d'' - x)/x \cdot (h - d'' - x/3) - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - h + d)/x \cdot (x/3 - h + d) = M_{Ed}$$

Caso di piattabanda tagliata dall'asse neutro a momento positivo ($x < s$):

$$1/2 B x f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs} - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x + A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - d'')/x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x \cdot (d - x/3) - A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - d'')/x \cdot (d'' - x) = M_{Ed}$$

Caso di anima tagliata dall'asse neutro a momento positivo ($x > s$):

$$1/2 B x f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs} - 1/2 (B - b) f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs}/x \cdot (x - s) - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x + A'_s E_s \epsilon_{cs} (x - d'')/x = 0$$

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x)/x \cdot (d - x/3) - 1/2 (B - b) f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs}/x \cdot (x - s) \cdot 2/3 s - A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - d'')/x \cdot (d'' - x) = M_{Ed}$$

Note: equilibrio rispetto a risultante della forza $1/2 B x f_{cd}/\epsilon_{c3} \cdot \epsilon_{cs}$. Rispetto a questa il braccio della componente da sottrarre risulta: $d_{c,2} = x - 2/3(x - s) - x/3 = 2/3s$. Si omette la casistica di piattabanda tagliata dall'asse neutro a momento negativo poiché poco probabile. A_s e A'_s sono rispettivamente l'armatura inferiore e superiore.

Queste sono due equazioni con incognite ϵ_{cs} e x i cui valori sono quindi ricavabili dalla risoluzione delle due equazioni. È possibile a questo punto ricavare in cascata la deformazione e la tensione sull'acciaio con le formule di congruenza e legame costitutivo precedentemente descritte. Devono comunque risultare verificate le ipotesi assunte per il legame costitutivo del calcestruzzo e degli acciai.

5.2.2. Metodo di calcolo della lunghezza di ancoraggio (l_{bd})

In seguito alla determinazione di σ_{sd} viene calcolata la resistenza di aderenza ultima di progetto (ultimate bond stress design value) f_{bd} :

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd};$$

Si utilizzano i parametri $\eta_1 = 1.0$ per i ferri inferiori in quanto sono posizionati in zona considerevole di buona aderenza secondo la normativa considerata. Dato il diametro scelto delle barre che non supera il $\phi 14$ si assume $\eta_2 = 1.0$ (diametro della barra longitudinale inferiore a 32 mm).

Si è a questo punto in grado di calcolare la “basic anchorage length” che tiene conto del tipo di acciaio e delle proprietà di aderenza delle barre:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd})$$

Quest'ultima viene poi corretta con una serie di coefficienti correttivi per arrivare a determinare la lunghezza di ancoraggio di progetto l_{bd} :

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} \geq l_{b,min};$$

Si rimanda al procedimento relativo alla trave per una spiegazione dettagliata in merito ai coefficienti α . Nel successivo calcolo per le lunghezze di ancoraggio del solaio si adotteranno tali coefficienti unitari.

5.2.3. Campata 1: ferri inferiori

In campata 1 del solaio si devono ancorare $2\phi 12$ inferiori. Le barre sono dritte. Si hanno i seguenti dati geometrici:

$$B = 500 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm} \quad h = 250 \text{ mm}; \quad d = 225 \text{ mm}; \quad d'' = 25 \text{ mm};$$

$$A_s = 2\phi 12; \text{ (inferiore)} \quad A'_s = 2\phi 14; \text{ (superiore)}$$

Si ha inoltre il momento agente:

$$M_{Ed}(+) = 0.0 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = -10.3 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di trazione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece comprimendo le barre. Data la bassa entità del momento positivo ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento negativo.

Trazione

Il momento positivo è nullo, dal calcolo esplicito di σ_{sd} risulterebbe quindi tensione nulla. La lunghezza vincolante da parte della trazione risulta quindi quella minima:

$$l_{b,min} = \max(0.3 l_{b,rqd}; 10\phi; 100 \text{ mm}) = 0.120 \text{ m}$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A_s dal momento negativo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere:

$$1/2 b x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} - A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (h - d'' - x) / x + A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - h + d) / x = 0$$

(momento negativo, anima tagliata)

Questo sistema porge come soluzioni:

$$x = 97 \text{ mm}; \quad (\text{anima tagliata a momento negativo} \rightarrow \text{ok})$$

Si risolve la seguente equazione determinando ϵ_{cs} ;

$$A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (h - d'' - x)/x \cdot (h - d'' - x/3) - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - h + d)/x \cdot (x/3 - h + d) = M_{Ed}$$

Risulta:

$$\epsilon_{cs} = 0.000672;$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le tensioni sulle armature inferiori:

$$\epsilon_s = \epsilon_{cs} \cdot (x - h + d)/x = 0.0004996; \quad (\text{compressione})$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 99.9 \text{ MPa} \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 \text{ MPa};$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi/4 \cdot (\sigma_{sd}/f_{bd}) = 0.10 \text{ m}$$

Per il calcolo della lunghezza base di ancoraggio si considerano i seguenti parametri:

$$\alpha_1 = 1.0; \quad \alpha_2 = 1.0; \quad \alpha_3 = 1.0; \quad \alpha_4 = 0.7; \quad \alpha_5 = 1.0$$

Si è in grado di calcolare la lunghezza di ancoraggio richiesta:

$$l_{bd} = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4 \alpha_5 l_{b,rqd} = 0.07 \text{ m}$$

Questa deve risultare maggiore della lunghezza minima imposta:

$$l_{b,min} = \max(0.3 l_{b,rqd}; 10\phi; 100\text{mm}) = 0.120 \text{ m}$$

Si adotterà:

$$l_{b,prov} = 0.150 \text{ m}$$

5.2.4. Campata 1: ferri superiori

In campata 1 del solaio si devono ancorare $2\phi 14$ superiori. Le barre sono dritte. Si hanno i seguenti dati geometrici:

$$B = 500 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm} \quad h = 250 \text{ mm}; \quad d = 225 \text{ mm}; \quad d'' = 25 \text{ mm};$$

$$A_s = 2\phi 12; (\text{inferiore}) \quad A'_s = 2\phi 14; (\text{superiore})$$

Si ha inoltre il momento agente:

$$M_{Ed}(+) = 11.2 \text{ kNm}; \quad M_{Ed}(-) = 0.0 \text{ kNm};$$

Il momento positivo induce uno sforzo di compressione sulle barre oggetto di studio. Il momento negativo agisce invece tirando le barre. Data la bassa entità del momento negativo ci si attende che a condizionare la lunghezza sia il momento positivo.

Trazione

Il momento positivo è nullo, dal calcolo esplicito di σ_{sd} risulterebbe quindi tensione nulla. La lunghezza vincolante da parte della trazione risulta quindi quella minima:

$$l_{b,min} = \max(0.3 l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm) = 0.140 m$$

Compressione

Si calcola la compressione indotta su A'_s dal momento positivo. Come descritto a inizio sezione si deve risolvere:

$$1/2 B x f_{cd} / \epsilon_{cs} \cdot \epsilon_{cs} - A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x + A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - d'') / x = 0$$

(momento positivo, piattabanda tagliata)

Questo sistema porge come soluzioni:

$$x = 51 mm; \quad (\text{anima tagliata a momento positivo} \rightarrow \text{non ok, ma si accetta il basso errore})$$

Si risolve la seguente equazione determinando ϵ_{cs} :

$$A_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (d - x) / x (d - x / 3) - A'_s E_s \epsilon_{cs} \cdot (x - d'') / x \cdot (d'' - x) = M_{Ed}$$

Risulta:

$$\epsilon_{cs} = 0.000339;$$

Si calcolano grazie a congruenza e legami costitutivi le tensioni sulle armature superiori:

$$\epsilon'_s = \epsilon_{cs} \cdot (x - d'') / x = 0.0001724; \quad (\text{compressione})$$

Verificate le ipotesi sul legame costitutivo assunto del calcestruzzo e dato il campo elastico dell'acciaio:

$$\sigma_{sd} = E_s \cdot \epsilon_s = 34.5 MPa \quad \text{per } 0 \leq |\epsilon_s| \leq \epsilon_{yd}$$

Si calcola la ultimate bond stress considerando $\eta_1 = 1.0$ (condizioni di buona aderenza) e $\eta_2 = 1.0$:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 f_{ctd} = 3.04 MPa;$$

Si calcola la lunghezza base di ancoraggio:

$$l_{b,rqd} = \phi / 4 \cdot (\sigma_{sd} / f_{bd}) = 0.03 m$$

Sarà vincolante la lunghezza minima richiesta:

$$l_{b,min} = \max(0.3 l_{b,rqd}; 10\phi; 100mm) = 0.140 m$$

Si adotterà:

$$l_{b,prov} = 0.150 m$$

5.2.5. Riassunto delle lunghezze di ancoraggio

Analogamente a quanto fatto per i precedenti due ancoraggi, sono state calcolate le lunghezze necessarie per le varie sezioni di ancoraggio lungo il solaio. Queste vengono riassunte nella tabella seguente. Le righe evidenziate sono relative ai calcoli espliciti per la campata 1 presentati in precedenza.

Lunghezze di ancoraggio								
Ancoraggio		Momento positivo			Momento negativo			
z [cm]	Ferro	M_{Ed}(+) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l_{bd} [m]	M_{Ed}(-) [kNm]	σ_{sd} [MPa]	l_{bd} [m]	l_{bd,prov} [m]
440	2Φ12 inf	0.0	0.0	0.120	-10.3	-99.9	0.120	0.150
560	2Φ12 inf	0.0	0.0	0.120	-11.3	-104.2	0.120	0.150

330	2Φ14 sup	11.2	-34.5	0.140	0.0	0.0	0.140	0.150
760	2Φ14 sup	8.7	-42.3	0.140	0.0	0.0	0.140	0.150
0	1Φ14 sup	2.7	-	0.140	-10.8	-	0.140	0.150
900.00	1Φ14 sup	2.06	-	0.140	-6.90	-	0.140	0.150

I ferri inferiori $\phi 14$ verranno prolungati fino all'appoggio centrale.

Inoltre, per i ferri inferiori di armatura integrativa, la normativa prescrive che siano ancorati con una lunghezza superiore a:

$$l_{b,prov}(\phi 10) = 10 \cdot \phi = 10 \text{ cm}$$

5.2.6. Lunghezze di sovrapposizione

Non si prevedono lunghezze di sovrapposizione lungo il solaio. La messa in opera di barre di lunghezza inferiore a 6m non rende necessaria l'interruzione delle barre longitudinali.

5.3. Progetto e verifica a SLU taglio

Le tre verifiche che verranno condotte sono:

1. Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio;
2. Resistenza della biella compressa in calcestruzzo all'appoggio;
3. Resistenza del corrente teso in acciaio.

Note in merito alle verifiche 2 e 3: il modello assunto per il solaio all'appoggio è quello strut and tie con una biella compressa inclinata a 45° ($\theta = 45^\circ$) ed una catena inferiore realizzata dall'armatura inferiore che deve assorbire la componente orizzontale della spinta della biella sull'appoggio. Si avrebbe altrimenti una spinta a vuoto. La formula impiegata per la verifica (2) è quella derivante dalla resistenza a taglio lato puntone compresso ($V_{Rd,max}$) (e priva di armatura a taglio) che considera $\theta = 45^\circ$:

$$V_{Ed} \leq 0.5 b_w d v f_{cd} \quad (\text{Verifica 2})$$

$$\text{Dalla formula 6.6N delle norme EN 1992-1-1: } v = 0.6(1 - f_{ck}/250) = 0.528 \quad (\text{National Annex})$$

La catena inferiore deve invece assorbire una trazione pari al taglio. Per cui:

$$V_{Ed} \leq A_s f_{yd} \quad (\text{Verifica 3})$$

5.3.1. Verifiche

Appoggio AS1

Caratteristiche geometriche della sezione: sezione tipo SOL3

$$h = 250 \text{ mm}; \quad s = 50 \text{ mm}; \quad d' = 25 \text{ mm};$$

$$d = 225 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm}; \quad B = 500 \text{ mm};$$

$$A_s = 154 \text{ mm}^2 = 1\phi 14 \quad (\text{superiore})$$

1) Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio

$$A_{sl} = 154 \text{ mm}^2 = 1\phi 14$$

$$b_w = 100 \text{ mm}$$

$$d = 225 \text{ mm} \quad (\text{sezioni tipo SOL3})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.94$$

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.007$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.519$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(14.4; 11.7) = 14.4 \text{ kN}$$

Si ha che:

$$V_{Ed} = 14.3 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

2) Resistenza della biella compressa in calcestruzzo all'appoggio

$$V_{Ed} = 14.32 \text{ kN} \leq 0.5 b_w d \vee f_{cd} = 101.0 \text{ kN} \quad (\text{Verificato})$$

3) Resistenza del corrente teso in acciaio.

$$V_{Ed} = 14.32 \text{ kN} \leq 1 \phi 10 \cdot f_{yd} = 31.3 \text{ kN} \quad (\text{Verificato: già progettata in precedenza})$$

Le tre verifiche risultano soddisfatte. Non si rendono necessari accorgimenti quali la rimozione locale di pignatte a file o a blocchi alterni per aumentare b_w .

Appoggio AS2:

Caratteristiche geometriche della sezione: sezione tipo SOL1

$$h = 250 \text{ mm}; \quad s = 50 \text{ mm}; \quad d' = 25 \text{ mm};$$

$$d = 225 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm}; \quad B = 500 \text{ mm};$$

$$A_s = 154 \text{ mm}^2 = 1 \phi 14 \quad (\text{superiore})$$

1) Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio

$$A_{sl} = 308 \text{ mm}^2 = 2 \phi 14$$

$$b_w = 100 \text{ mm}$$

$$d = 225 \text{ mm} \quad (\text{sezioni tipo SOL3})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.94$$

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.014$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.519$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(18.1; 11.7) = 18.1 \text{ kN}$$

Si ha che:

$$V_{Ed,sx} = 20.9 \text{ kN} > V_{Rd,c} \quad (\text{Non verificato})$$

$$V_{Ed,sx} = 18.3 \text{ kN} > V_{Rd,c} \quad (\text{Non verificato})$$

Si rende necessaria l'adozione di modifiche. Si sceglie di rimuovere una pignatta a file alterne per aumentare la larghezza di b_w . La nuova larghezza resistente a taglio diventa:

$$b_w = (b + B)/2 = 300\text{mm}$$

Si ricalcolano i parametri per il calcolo di $V_{Rd,c}$:

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.005$$

k, v_{min} (invariati)

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(37.6; 35.0) = 37.6 \text{ kN}$$

Si ha che:

$$V_{Ed,sx} = 20.9 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

$$V_{Ed,sx} = 18.3 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

Si deve inoltre verificare che la rimozione della sola prima fila di pignatte sia sufficiente. Nel punto di transizione della sezione si potrebbe infatti avere ancora non verificata la sezione alla verifica (1). Si deve confrontare il taglio in queste sezioni con $V_{Rd,c}(b_w = 100\text{mm}) = 18.1\text{kN}$. La coordinata e il relativo taglio è:

$$z' = b_{trave,AS2}/2 + l_{pignatta} = 30 + 25 \text{ cm} \rightarrow 55 \text{ cm (dall'asse dell'appoggio AS2)}$$

$$V_{Ed}(z = 445 \text{ cm}) = 17.4 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

$$V_{Ed}(z = 555 \text{ cm}) = 14.9 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

2) Resistenza della biella compressa in calcestruzzo all'appoggio

$$V_{Ed,sx} = 20.9 \text{ kN} \leq 0.5 b_w d v f_{cd} = 302.9 \text{ kN}$$

$$V_{Ed,dx} = 18.3 \text{ kN} \leq 0.5 b_w d v f_{cd} = 302.9 \text{ kN}$$

3) Resistenza del corrente teso in acciaio.

$$V_{Ed,sx} = 20.9 \text{ kN} \leq 1\phi 10 \cdot f_{yd} = 31.3 \text{ kN} \quad (\text{Verificato: già progettata in precedenza})$$

$$V_{Ed,dx} = 18.3 \text{ kN} \leq 1\phi 10 \cdot f_{yd} = 31.3 \text{ kN} \quad (\text{Verificato: già progettata in precedenza})$$

Appoggio AS3

Caratteristiche geometriche della sezione: sezione tipo SOL3

$$h = 250 \text{ mm}; \quad s = 50 \text{ mm}; \quad d' = 25 \text{ mm};$$

$$d = 225 \text{ mm}; \quad b = 100 \text{ mm}; \quad B = 500 \text{ mm};$$

$$A_s = 154 \text{ mm}^2 = 1\phi 14 \quad (\text{superiore})$$

1) Resistenza dell'elemento privo di armatura a taglio

$$A_{sl} = 154 \text{ mm}^2 = 1\phi 14$$

$$b_w = 100 \text{ mm}$$

$$d = 225 \text{ mm} \quad (\text{sezioni tipo SOL3})$$

Da cui:

$$k = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2.0 \rightarrow k = 1.94$$

$$\rho_l = A_{sl}/(b_w d) \leq 0.02 \rightarrow \rho_l = 0.007$$

$$v_{min} = 0.035 k^{3/2} \cdot f_{ck}^{1/2} = 0.519$$

Risulta:

$$V_{Rd,c} = \max([C_{Rd,c} k (100 \rho_l f_{ck})^{1/3} + k_1 \sigma_{cp}] b_w d; (v_{min} + k_1 \sigma_{cp}) b_w d) = \max(14.4; 11.7) = 14.4 \text{ kN}$$

Si ha che:

$$V_{Ed} = 11.0 \text{ kN} < V_{Rd,c} \quad (\text{Verificato})$$

2) Resistenza della biella compressa in calcestruzzo all'appoggio

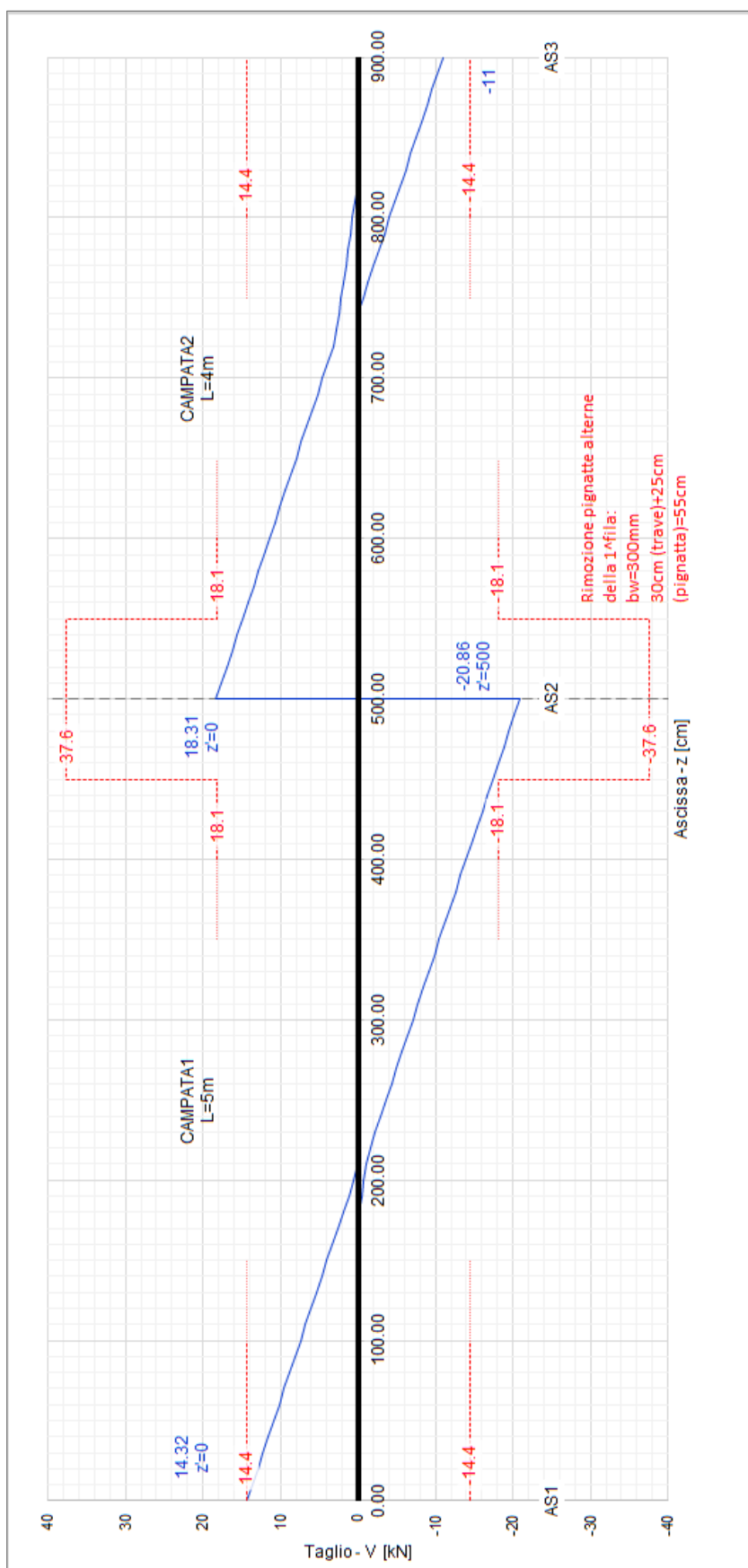
$$V_{Ed} = 11.0 \text{ kN} \leq 0.5 b_w d \vee f_{cd} = 101.0 \text{ kN} \quad (\text{Verificato})$$

3) Resistenza del corrente teso in acciaio.

$$V_{Ed} = 11.0 \text{ kN} \leq 1 \phi 10 \cdot f_{yd} = 31.3 \text{ kN} \quad (\text{Verificato: già progettata in precedenza})$$

Le tre verifiche risultano soddisfatte per questa sezione. Non si rendono necessari accorgimenti quali la rimozione locale di pignatte a file o a blocchi alterni per aumentare b_w .

5.3.2. Diagramma tagli agenti – tagli resistenti



6. PILASTRO

Verranno esposti nella presente sezione i calcoli relativi al pilastro P27. Le verifiche verranno fatte con riferimento all'Eurocodice 2 non tenendo conto delle prescrizioni sismiche contenute nell'Eurocodice 8.

Si considera l'elemento della pilastrata posto al piano interrato. La lunghezza del pilastro è:

$$l = 2.75 \text{ m}$$

Si precisa che l'azione considerata non è quella del tratto che va in fondazione che dovrebbe considerare anche il contributo di azione dovuto al solaio controterra ed i carichi variabili del piano interrato adibito a garage. Non è stato eseguito il calcolo nella relazione di calcolo delle azioni (Esercitazione di Sicurezza Strutturale) in cui non veniva dettagliato il solaio controterra.

6.1. Progetto e verifica a SLU di sforzo normale

6.1.1. Sezione P27.1

Progetto

Si deve eseguire il progetto di un elemento prevalentemente compresso. Prendendo in considerazione la sezione maggiormente sollecitata della pilastrata P27 si considera lo sforzo normale agente:

$$N_{Ed} = 1638.3 \text{ kN};$$

Deve essere rispettata la condizione di resistenza a SLU di sforzo prevalentemente assiale di compressione:

$$N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd} \geq N_{Ed}$$

Considerando la limitazione sull'armatura minima prevista dalle norme EN 1992-1-1 punto 9.5.2:

$$A_{s,min} = 0.10 N_{Ed} / f_{yd} \geq 0.003 A_c$$

Ossia una quota parte di sforzo normale N_{Ed} superiore al 10% dovrà essere di competenza delle armature. Si deve avere quindi:

$$A_s \geq 0.10 N_{Ed} / f_{cd} = 418.67 \text{ mm}^2$$

La quota parte competente al calcestruzzo sarà inferiore al 90% del carico assiale di progetto da cui:

$$0.90 N_{Ed} / f_{cd} = 86731.4 \text{ mm}^2$$

Si sceglie di disporre:

$$A_s = 4\phi 14 = 616 \text{ mm}^2$$

$$A_c = 90000 \text{ mm}^2 \quad b = h = \sqrt{A_c} = 300 \text{ mm}$$

Verifica di resistenza

Come indicato al punto 5.2 (geometric imperfections) delle norme EN 1992-1-1 l'effetto sfavorevole di possibili imperfezioni geometriche può essere tenuto in conto agli SLU con una rappresentazione che vede l'elemento verticale inclinato di un angolo θ_i dato dalla formula:

$$\theta_i = \theta_0 \cdot \alpha_h \cdot \alpha_m$$

In questa relazione:

$$- \theta_0 = 1/200$$

- $\alpha_h = 2/\sqrt{l}$ e comunque compreso tra 2/3 e 1 con l da esprimersi in metri e da considerarsi uguale alla lunghezza effettiva per l'effetto sull'elemento isolato. α_h è un coefficiente riduttivo che tiene conto dell'altezza del pilastro. Risulta $\alpha_h = 1.0$.
- $\alpha_m = \sqrt{0.5(1 + 1/m)}$ è un coefficiente dipendente dal numero di elementi in una fila di colonne. Per l'elemento isolato si considera $m = 1$, da cui: $\alpha_m = 1.0$

Si ottiene:

$$\theta_i = 1/200 = 0.005$$

Si considera in via cautelativa uno schema cerniera-cerniera in cui gli elementi collegati ai nodi non assorbono momento. Si ha quindi: $l_0 = l = 2.75 \text{ m}$. L'eccentricità e_i viene considerata pari a:

$$e_i = \theta_i l_0/2 = 6.9 \text{ mm}$$

Si calcola il momento agente come:

$$M_{Ed} = e_i N_{Ed} = 11.26 \text{ kNm}$$

Si deve verificare che la coppia di valori N_{Ed}, M_{Ed} sia interna al momento di resistenza. Si deve verificare quindi che per la data sezione:

$$N_{Ed} = N_{Rd}$$

$$M_{Ed} \leq M_{Rd}(N_{Ed})$$

Si riassumono i parametri geometrici della sezione:

$$b = h = 300 \text{ mm} \quad d = 260 \text{ mm} \quad d' = d'' = 40 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\phi 14 \quad A'_s = 2\phi 14$$

Si ipotizza di essere in campo (6) con armature tese e armature compresse snervate. Dovrà quindi essere a posteriori verificata l'ipotesi di deformazione delle armature inferiori:

$$-\epsilon_{se} \geq \epsilon_s \quad (\epsilon_s < 0)$$

Per ipotesi di campo (6) si hanno i seguenti coefficienti di omogeneizzazione:

$$\psi = 1 - 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2$$

$$\lambda = \frac{1/2 + 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2 \cdot (-1 + 1/4 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu})}{1 - 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2}$$

I coefficienti di omogeneizzazione sono dipendenti da ϵ_{cs} che in stato (6) vale per congruenza:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{c2} x/(x - t)$$

In cui t vale:

$$t = (1 - \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu}) \cdot h = 3/7 h = 128.6 \text{ mm}$$

Si calcola x con l'equazione di equilibrio a traslazione:

$$\psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} + A_s f_{yd} + A'_s f_{yd} = N_{Ed}$$

Si ricava x che risulta:

$$x = 382.7 \text{ mm} > h$$

Devono risultare verificate le ipotesi di campo assunte. L'ipotesi di campo (6) è verificata poiché l'asse neutro cade fuori dalla sezione compressa. Si è ipotizzato in particolare di essere in campo (6)b

(armature inferiori snervate in compressione). Si calcola per congruenza la deformazione in corrispondenza di A_s :

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d') = -0.000966 > -\epsilon_{se} = -0.00196$$

L'ipotesi inizialmente assunta non è verificata. Si ipotizza quindi di trovarsi in campo (6)a (armature inferiori in campo elastico). Le relazioni $\psi(\epsilon_{cs})$ e $\lambda(\epsilon_{cs})$ rimangono invariate. Per ciò che concerne la tensione dell'acciaio inferiore si dovrà considerare il ramo lineare del legame costitutivo elastico perfettamente plastico:

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s$$

È inoltre necessario tenere conto della deformazione dell'acciaio inferiore come conseguenza della congruenza:

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d')$$

Tenendo conto di una $\epsilon_s < 0$ che darà luogo ad una $\sigma_s < 0$ si può scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione:

$$\psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} - A_s \sigma_s(\epsilon_s(x)) + A'_s f_{yd} = N_{Ed}$$

Si ricava:

$$x = 447.0 \text{ mm} > h$$

L'ipotesi di campo (6) risulta verificata. Si deve inoltre controllare l'ipotesi assunta di armature inferiori snervate in compressione. Si calcola la deformata dell'acciaio inferiore:

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d') = -0.00117 > -\epsilon_{se} = -0.00196$$

Le ipotesi assunte risultano verificate.

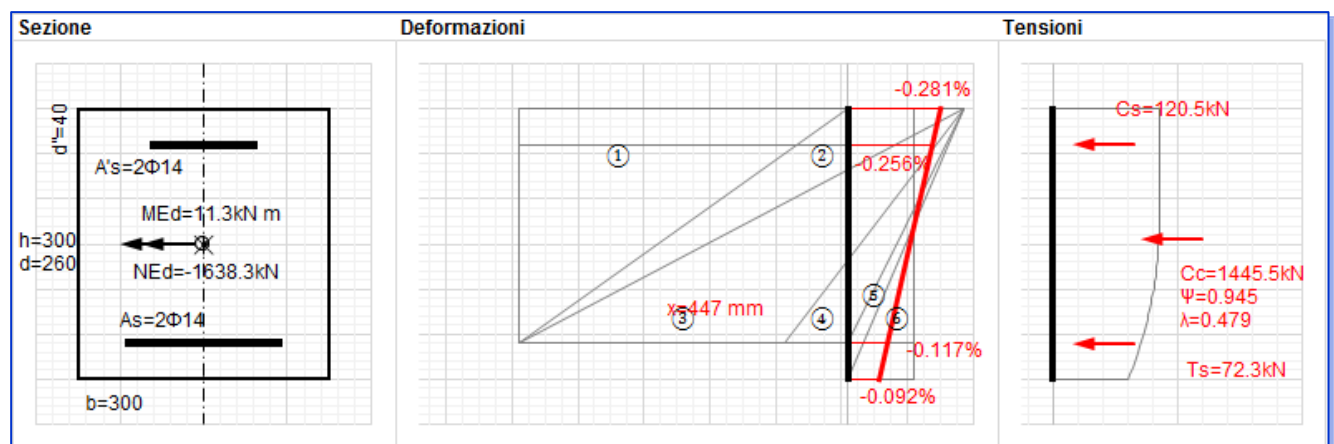
Si procede con il calcolo del momento resistente:

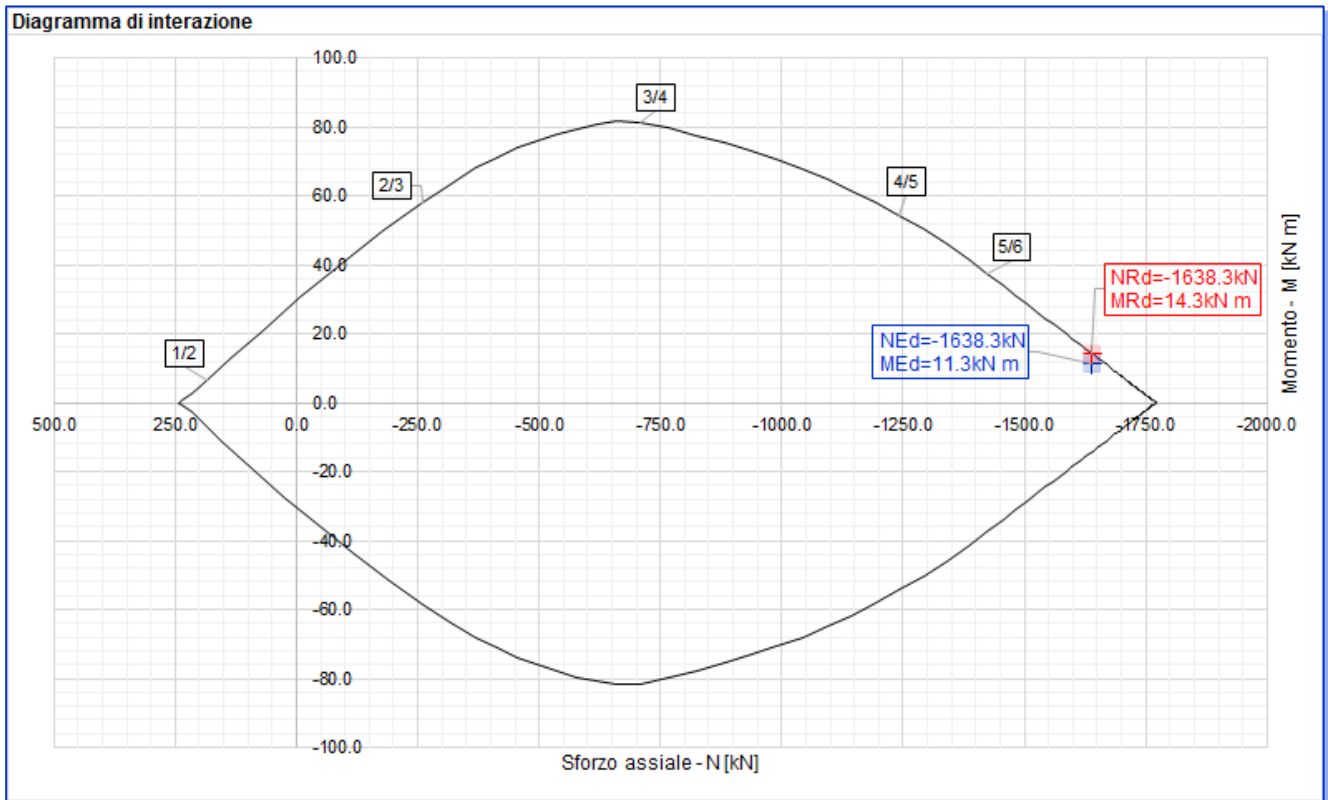
$$M_{Rd} = \psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(\epsilon_{cs}(x)) h) + f_{yd} A'_s (h/2 - d'') - \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s (h/2 - d) = 14.35 \text{ kNm}$$

Si ha che:

$$M_{Rd}(N_{Ed} = 1638.3 \text{ kN}) = 14.35 > M_{Ed} = 11.26 \text{ kNm}$$

La verifica di resistenza a SLU di sforzo normale risulta essere soddisfatta. Si illustra di seguito l'andamento tensionale e deformativo a SLU della sezione ed il diagramma di interazione momento-sforzo assiale della sezione contenente la verifica.





Verifiche di dettaglio

Si verifica il criterio anche usato in fase di progetto secondo il quale la frazione di N_{Ed} competente all'armatura longitudinale deve essere superiore al 10%:

$$A_s = 4\phi 14 = 616 \text{ mm}^2 \geq 0.10 N_{Ed} / f_{yd} = 418.7 \text{ mm}^2$$

Deve inoltre essere verificato che:

$$A_s \geq 0.003 A_c = 270 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 3600 \text{ mm}^2$$

Per ciò che concerne il diametro e il passo delle armature trasversali si deve avere:

$$\phi \geq \max(6 \text{ mm}; 1/4 \cdot \phi_{long,max}) = 6 \text{ mm}$$

$$s \leq s_{cl,max} = \min(12 \cdot \phi_{long,min}; b_{min}; 250 \text{ mm}) = 168 \text{ mm}$$

In cui con b_{min} si fa riferimento alla dimensione minore della sezione della colonna, in questo caso il lato della sezione quadrata. Si dispone la seguente armatura trasversale:

$$\phi_{trasv} = 8 \text{ mm} \quad s = 150 \text{ mm}$$

Le prescrizioni risultano tutte verificate.

6.1.2. Sezione P27.2 – (Q1)

Dato che, come si vedrà in seguito, la sezione P27 non permetterà alla colonna di piano interrato di risultare verificata a SLU di instabilità, si va a modificare il quantitativo di armatura longitudinale affinché la verifica sia soddisfatta. Si aumenta il diametro delle barre da 14 a 16 mm. Si ha quindi:

$$b = h = 300 \text{ mm} \quad d = 260 \text{ mm} \quad d' = d'' = 40 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\phi 14 \rightarrow 2\phi 16 \quad A'_s = 2\phi 14 \rightarrow 2\phi 16$$

Ci si riferirà a questa sezione con la notazione Q1 nelle tavole di progetto. Si ipotizza di essere in campo (6) con armature tese e armature compresse snervate. Dovrà quindi essere a posteriori verificata l'ipotesi di deformazione delle armature inferiori:

$$-\epsilon_{se} \geq \epsilon_s \quad (\epsilon_s < 0)$$

Per ipotesi di campo (6) si hanno i seguenti coefficienti di omogeneizzazione:

$$\psi = 1 - 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2$$

$$\lambda = \frac{1/2 + 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2 \cdot (-1 + 1/4 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu})}{1 - 1/3 \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu} \cdot ((\epsilon_{cs} - \epsilon_{c2})/(\epsilon_{cu} - \epsilon_{c2}))^2}$$

I coefficienti di omogeneizzazione sono dipendenti da ϵ_{cs} che in stato (6) vale per congruenza:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{c2} x/(x - t)$$

In cui t vale:

$$t = (1 - \epsilon_{c2}/\epsilon_{cu}) \cdot h = 3/7 h = 128.6 \text{ mm}$$

Si calcola x con l'equazione di equilibrio a traslazione:

$$\psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} + A_s f_{yd} + A'_s f_{yd} = N_{Ed}$$

Si ricava x che risulta:

$$x = 332.3 \text{ mm} > h$$

Devono risultare verificate le ipotesi di campo assunte. L'ipotesi di campo (6) è verificata poiché l'asse neutro cade fuori dalla sezione compressa. Si è ipotizzato in particolare di essere in campo (6b) (armature inferiori snervate in compressione). Si calcola per congruenza la deformazione in corrispondenza di A_s :

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d') = -0.00071 > -\epsilon_{se} = -0.00196$$

L'ipotesi inizialmente assunta non è verificata. Si ipotizza quindi di trovarsi in campo (6a) (armature inferiori in campo elastico). Le relazioni $\psi(\epsilon_{cs})$ e $\lambda(\epsilon_{cs})$ rimangono invariate. Per ciò che concerne la tensione dell'acciaio inferiore si dovrà considerare il ramo lineare del legame costitutivo elastico perfettamente plastico:

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s$$

È inoltre necessario tenere conto della deformazione dell'acciaio inferiore come conseguenza della congruenza:

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d')$$

Tenendo conto di una $\epsilon_s < 0$ che darà luogo ad una $\sigma_s < 0$ si può scrivere l'equazione di equilibrio a traslazione:

$$\psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} - A_s \sigma_s(\epsilon_s(x)) + A'_s f_{yd} = N_{Ed}$$

Si ricava:

$$x = 387.1 \text{ mm} > h$$

L'ipotesi di campo (6) risulta verificata. Si deve inoltre controllare l'ipotesi assunta di armature inferiori snervate in compressione. Si calcola la deformata dell'acciaio inferiore:

$$\epsilon_s = -\epsilon_{c2} \cdot (x - t)/(x - d') = -0.00098 > -\epsilon_{se} = -0.00196$$

Le ipotesi assunte risultano verificate.

Si procede con il calcolo del momento resistente:

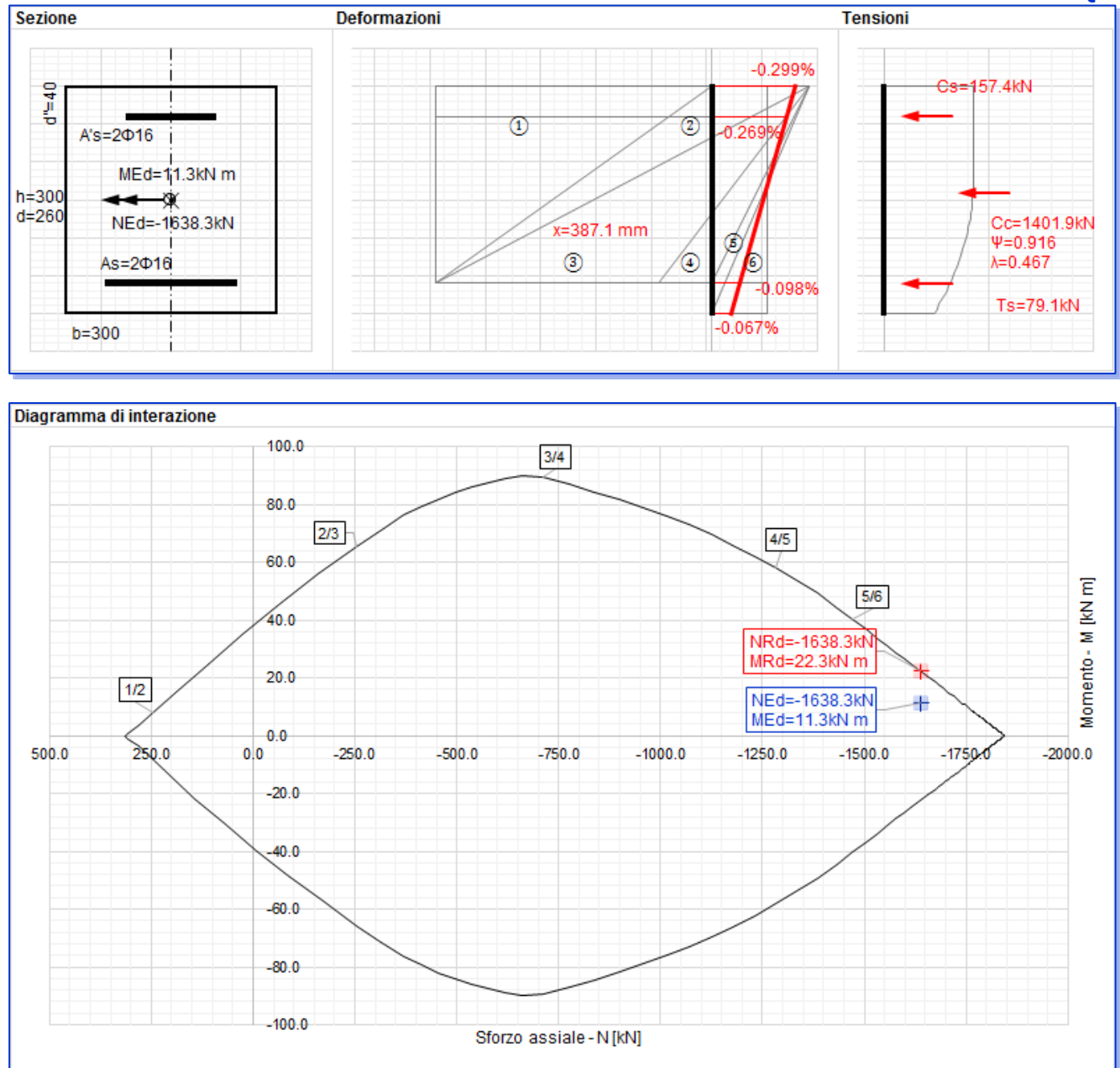
$$M_{Rd} = \psi(\epsilon_{cs}(x)) b h f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(\epsilon_{cs}(x)) h) + f_{yd} A'_s (h/2 - d'') - \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s (h/2 - d) = 22.3 \text{ kNm}$$

Si ha che:

$$M_{Rd}(N_{Ed} = 1638.3 \text{ kN}) = 14.35 > M_{Ed} = 11.3 \text{ kNm}$$

La verifica di resistenza a SLU di sforzo normale risulta essere soddisfatta. Si illustra di seguito l'andamento tensionale e deformativo della sezione ed il diagramma di interazione momento-sforzo assiale della sezione contenente la verifica.

SEZIONE Q1



Verifiche di dettaglio

Si devono verificare nuovamente le prescrizioni sui dettagli costruttivi. Si verifica il criterio anche usato in fase di progetto secondo il quale la frazione di N_{Ed} competente all'armatura longitudinale deve essere superiore al 10%:

$$A_s = 4\phi 16 = 804 \text{ mm}^2 \geq 0.10 N_{Ed}/f_{yd} = 418.7 \text{ mm}^2$$

Deve inoltre essere verificato che:

$$A_s \geq 0.003 A_c = 270 \text{ mm}^2$$

$$A_s \leq A_{s,max} = 0.04 A_c = 3600 \text{ mm}^2$$

Per ciò che concerne il diametro e il passo delle armature trasversali si deve avere:

$$\phi \geq \max(6 \text{ mm}; 1/4 \cdot \phi_{long,max}) = 6 \text{ mm}$$

$$s \leq s_{cl,max} = \min(12 \cdot \phi_{long,min}; b_{min}; 250 \text{ mm}) = 168 \text{ mm}$$

In cui con b_{min} si fa riferimento alla dimensione minore della sezione della colonna, in questo caso il lato della sezione quadrata. Si dispone la seguente armatura trasversale:

$$\phi_{trasv} = 8 \text{ mm} \quad s = 150 \text{ mm}$$

Le prescrizioni risultano tutte verificate.

6.2. Verifica a SLU di instabilità

Per la determinazione degli effetti del secondo ordine sull'elemento isolato la normativa prevede il confronto della snellezza effettiva con il valore di snellezza limite (o in alternativa la verifica che le tensioni sulla struttura indeformata non superino di più del 10% quelle del primo ordine relative all'analisi lineare). Nel caso in cui la snellezza effettiva sia maggiore a quella limite si dovranno effettuare le verifiche a SLU di instabilità con i possibili metodi previsti da normativa (Rigidezza nominale e curvatura nominale).

Nel caso specifico si effettuerà la verifica inizialmente sulla sezione P27.1 (30cm x 30cm con 4 ϕ 14) e si mostrerà che la verifica a SLU di instabilità non è soddisfatta. Successivamente si mostrerà che la verifica sulla stessa sezione P27.2 armata con ϕ 16 risulterà soddisfatta.

6.2.1. Pilastro P27 con sezione P27.1

Si riassumono le caratteristiche geometriche della sezione P.27.1:

$$b = h = 300 \text{ mm} \quad d = 260 \text{ mm} \quad d' = d'' = 40 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\phi 14 \quad A'_s = 2\phi 14$$

6.2.1.1. P27.1: Confronto tra snellezza e snellezza limite

Procedimento

Il calcolo seguente si riferisce a quello indicato al punto 5.8.3.1 delle norme EN 1992-1-1 per il calcolo della snellezza limite. Si calcola la snellezza minima come:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot \sqrt{n}$$

Al fine della determinazione della snellezza limite si calcolano i parametri:

$$A = 1/(1 + 0.2\varphi_{ef})$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega}$$

$$C = 1.7 - r_m$$

$$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$$

In questi:

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed}$$

$$\omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$$

$$r_m = M_{01} / M_{02}$$

La snellezza limite è da confrontarsi con la snellezza effettiva della colonna. Questa equivale a:

$$\lambda = l_0 / \rho$$

Dove ρ rappresenta il raggio giratore d'inerzia della sezione integra in calcestruzzo. Si considera la sezione in solo calcestruzzo e viene così determinato:

$$\rho = \sqrt{I_c / A_c} = \sqrt{\frac{bh^3/12}{bh}} = h/\sqrt{12}$$

La lunghezza l_0 è invece la luce libera d'inflessione ossia distanza tra due punti di annullamento della curvatura lungo il pilastro che nel caso in cui si voglia considerare cautelativamente uno schema cerniera-cerniera risulta uguale alla lunghezza considerata:

$$l_0 = l \quad (\text{rotazione libera ai nodi})$$

Si confronta la snellezza effettiva con la snellezza limite. Si possono presentare i due casi seguenti:

$$\lambda \geq \lambda_{lim} \quad (\text{Effetti del secondo ordine non trascurabili})$$

$$\lambda < \lambda_{lim} \quad (\text{Effetti del secondo ordine trascurabili})$$

Nel caso in cui gli effetti del secondo ordine sono trascurabili sono sufficienti le verifiche di resistenza. Nel caso gli effetti del secondo ordine non siano trascurabili si deve procedere con i metodi di verifica per SLU di instabilità (Curvatura nominale e rigidezza nominale) che verranno descritti in seguito.

Applicazione

Si procede con la verifica del pilastro P27 al piano interrato:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot \sqrt{n} = 12.12$$

$$\text{L } A = 1 / (1 + 0.2 \varphi_{ef}) = 0.781$$

$$\text{L } \varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} = 1.40$$

$$\text{L } \varphi(\infty, t_0) = 2.35$$

$$\text{L } M_{0Eqp} / M_{0Ed} = N_{0Eqp} e_i / (N_{0Ed} e_i) = N_{0Eqp} / N_{0Ed}$$

$$\text{L } N_{0Eqp} = -975.14 \text{ kN}$$

$$\text{L } B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1.147$$

$$\text{L } \omega = A_s f_{yd} / (A_c f_{cd})$$

$$\text{L } C = 1.7 - r_m \rightarrow C = 0.7 \quad (\text{valore indicato da normativa})$$

$$\text{L } r_m = M_{01} / M_{02}$$

$$\text{L } M_{01} = M_{02} = 0.0 \text{ kNm}$$

$$\text{L } n = N_{Ed} / (A_c f_{cd}) = 1.071$$

$$\lambda = l_0 / \rho = 31.75$$

$$\text{L } \rho = h / \sqrt{12} = 86.6 \text{ mm}$$

$$\text{L } l_0 = 2.75 \text{ m} \quad (\text{schema cerniera-cerniera})$$

$$\lambda > \lambda_{lim}$$

Dal confronto tra la snellezza effettiva e quella limite emerge che è necessaria la verifica a SLU di instabilità. Si procede applicando i tre metodi di verifica: CN (Curvatura nominale), RN (Rigidezza nominale) e CM (Colonna modello).

6.2.1.2. P27.1: Metodo di verifica della curvatura nominale

Procedimento

Nel metodo della curvatura nominale si considera il momento agente incrementato dell'addendo M_2 (momento del secondo ordine):

$$M_{Ed}^{CN} = M_{0Ed} + M_2$$

In questa M_{0Ed} rappresenta il momento del primo ordine includendo l'effetto delle imperfezioni geometriche. Il momento del secondo ordine viene invece calcolato come:

$$M_2 = N_{Ed} e_2$$

in questa relazione N_{Ed} è lo sforzo assiale della colonna considerata. e_2 è un'eccentricità aggiuntiva che si calcola come:

$$e_2 = 1/r \cdot l_0^2/c$$

derivante dal tenere in conto di una curvatura della colonna pari a $1/r$ ed un valore c dipendente dalla distribuzione della curvatura. Per sezioni uniformi come nel caso trattato si considererà $c = \pi^2 \approx 10$. La curvatura si calcola come:

$$1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0$$

In questa relazione:

$$1/r_0 = \epsilon_{yd}/(0.45d)$$

(curvatura nel momento in cui si hanno ambedue le armature a snervamento)

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal})$$

(coefficiente che tiene conto dello stato nel quale sta effettivamente lavorando la sezione rispetto al dominio di interazione)

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef}$$

(coefficiente che tiene in conto l'effetto della viscosità con)

In queste espressioni:

$$n_u = 1 + \omega$$

è lo sforzo assiale resistente massimo adimensionalizzato in corrispondenza del punto del diagramma di interazione in cui si ottiene $N_{Rd} = A_c f_{cd} + (A_s + A'_s) f_{yd} \rightarrow n_{Rd} = N_{Rd}/(A_c f_{cd}) = n_u = 1 + \omega$

$$n = N_{Ed}/(A_c f_{cd})$$

è lo sforzo assiale adimensionalizzato anche calcolato in precedenza

$$n_{bal}$$

(balancement) è lo sforzo assiale adimensionalizzato in corrispondenza del momento resistente massimo.

$$\varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp}/M_{0Ed}$$

come calcolato a inizio sezione.

$$\beta = 0.35 + f_{ck}/200 - \lambda/150$$

Applicazione

Si espongono di seguito i risultati relativi al caso studiato:

$$M_{Ed}^{CN} = 11.63 \text{ kNm} < M_{Rd}(N_{Ed}) = 14.3 \text{ kNm}$$

(Verificato)

$$M_{Ed}^{CN} = M_{0Ed} + M_2 = 11.63 \text{ kNm}$$

$$\text{L } M_{0Ed} = 11.26 \text{ kNm}$$

$$\text{L } M_2 = N_{Ed}e_2 = 0.37$$

$$\text{L } e_2 = 1/r \cdot l_0^2/c = 0.22 \text{ mm}$$

$$\text{L } l_0 = 2.75 \text{ m}$$

$$\text{L } c = \pi^2 \simeq 10$$

$$\text{L } 1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0 = 3.0 \cdot 10^{-7} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{L } 1/r_0 = \epsilon_{yd}/(0.45d) = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

$$\text{L } K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) = 0.01$$

$$\text{L } n_u = 1 + \omega = 1.08$$

$$\text{L } \omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd})$$

$$\text{L } n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}) = 1.07$$

$$\text{L } n_{bal} = N_{Rd}(M_{Rd,max})/(A_c f_{cd}) = 0.43$$

$$\text{L } K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} = 1.40$$

$$\text{L } \varphi_{ef} = 1.40 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } \beta = 0.35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 = 0.29$$

$$\text{L } \lambda = 31.75 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda)$$

6.2.1.3. P27.1: Metodo di verifica della rigidezza nominale

Procedimento

Il metodo della rigidezza tiene conto della non linearità meccanica della colonna introducendo una rigidezza EI calcolata come segue:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

In questa relazione I_c e I_s sono rispettivamente il momento d'inerzia della sezione in solo calcestruzzo e dell'acciaio rispetto al baricentro della sezione in solo calcestruzzo.

E_s ed E_{cd} sono rispettivamente il modulo elastico dell'acciaio e il modulo elastico del calcestruzzo di progetto che coincide con quello medio ridotto di un fattore γ_{cE} .

K_c e K_s sono dei fattori che tengono conto della fessurazione e del contributo delle armature. Si calcolano come segue:

$$K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) \quad K_s = 1 \quad \text{per } \rho \geq 0.002$$

$$K_c = 0.3 / (1 + \varphi_{ef}) \quad K_s = 0 \quad \text{per } \rho \geq 0.01$$

In questo calcolo:

$$k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \quad k_2 = n \cdot \lambda / 170$$

Con n e λ calcolati in precedenza.

Deve poi essere calcolato il carico di buckling della sezione utilizzando la rigidità nominale:

$$N_B = \pi^2 EI / l_0^2$$

Questo deve essere poi utilizzato nella seguente espressione per incrementare il momento del primo ordine:

$$M_{Ed}^{RN} = M_{0Ed} (1 + \beta / (N_B / N_{Ed} - 1))$$

In cui il coefficiente $\beta = \pi^2 / c_0$ dipende dalla distribuzione del momento del primo ordine. In questo caso non si considera assorbimento dei momenti ai nodi e l'unico momento è quello derivante dalle imperfezioni geometriche. Si considerano i momenti da imperfezione geometrica che contribuiscono a tendere le stesse fibre della sezione. Per cui si considera $c_0 = 8$ (distribuzione costante del momento del primo ordine). Il caso considerato risulta anche quello cautelativo.

Applicazione

Si espongono di seguito i risultati relativi al caso studiato:

$$M_{Ed}^{RN} = 19.48 \text{ kNm} > M_{Rd}(N_{Ed}) = 14.3 \text{ kNm}$$

(Si osserva che non risulta verificato. Si dovrà procedere con un ridimensionamento ed una successiva verifica)

$$M_{Ed}^{RN} = M_{0Ed} (1 + \beta / (N_B / N_{Ed} - 1)) = 19.48 \text{ kNm}$$

$$\text{L } \beta = \pi^2 / c_0 = 1.234$$

$$\text{L } c_0 = 8$$

$$\text{L } N_B = \pi^2 EI / l_0^2 = 4406.5 \text{ kN}$$

$$\text{L } l_0 = 2.75 \text{ m}$$

$$\text{L } EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 3.38 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\text{L } I_c = bh^3 / 12 = 6.75 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\text{L } I_s = A'_s (h/2 - d'')^2 + A_s (h/2 - d')^2 = 7.45 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{L } E_{cd} = E_{cm} / \gamma_{ce} = 27363.8 \text{ MPa}$$

$$\text{L } E_{cm} = 32836.6 \text{ MPa}$$

$$\text{L } \gamma_{ce} = 1.2$$

$$\text{L } E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{L } K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) = 0.102 \quad (\rho = 4\phi 14 / (300 \cdot 300) = 0.006 > 0.002)$$

$$\text{L } k_1 = \sqrt{f_{ck} / 20} = 1.225$$

$$\text{L } k_2 = n \cdot \lambda / 170 = 0.200$$

$$\text{L } n = 1.071 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } \lambda = 31.75 \quad (\text{vedere calcolo di } \lambda)$$

$$\text{L } \varphi_{ef} = 1.40 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } K_s = 1 \quad (\text{stesse condizioni di } K_c)$$

6.2.1.4. P27.1: Metodo di verifica della colonna modello

Procedimento

Si deve confrontare la curva momento-curvatura di risposta della sezione (che identifica la capacità portante flessionale in funzione della curvatura) con l'andamento del momento totale. Quest'ultimo è così composto:

$$M_{Ed}^{CM} = M_{0Ed} + M_2(1/r)$$

Nel quale M_2 varia linearmente con la curvatura:

$$M_2 = N_{Ed} l_0^2 / 10 \cdot (1/r)$$

Per l'applicazione del metodo della colonna modello si deve ricostruire la curva momento-curvatura per il dato sforzo assiale noto al quale la colonna è sottoposta. Si descrive di seguito un primo metodo semplificato che è stato adottato per la costruzione della curva.

1. Metodo semplificato: si costruisce una trilatera calcolando i seguenti punti M-1/r:

- Punto di fessurazione:

Ipotesi di sezione parzializzata: viene calcolato tenendo conto di un andamento parabola-rettangolo sulla parte compressa di calcestruzzo e di uno sforzo costante per un'altezza di 2/3 dell'area fessurata dal lembo inferiore con tensione pari a f_{ctd} . Si pone la deformata del lembo inferiore pari a $\epsilon_{ctu} = 0.0003 = 0.03\%$ in trazione. Ipotizzata la curvatura è determinato automaticamente anche lo stato di deformazione della sezione e la posizione dell'asse neutro. Si determina la curvatura tale per cui:

$$N_{Ed} = \psi(\epsilon_c(x)) b x f_{cd} - 2/3(h-x) b f_{ctd} + \sigma'_s(\epsilon'_s(x)) A'_s - \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s$$

Ipotizzando la sezione con armature in campo elastico e parzializzata, in questa vengono determinati per congruenza:

$$x = h - \epsilon_{ctu} / (1/r)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_{ctu} x / (h - x)$$

$$\epsilon_s = \epsilon_{ctu} (h - x - d') / (h - x)$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_{ctu} (x - d'') / (h - x)$$

Di conseguenza le tensioni sugli acciai:

$$\sigma_s = E_s \epsilon_s \quad \sigma'_s = E_s \epsilon'_s$$

Determinata la curvatura che soddisfa l'equilibrio a traslazione si determina dall'equilibrio a rotazione il momento che determina prima fessurazione. L'equilibrio è calcolato rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo per non dovere tenere conto del contributo di N_{Ed} :

$$M_{CR} = \psi b x f_{cd} (h/2 - \lambda x) + 2/3(h-x) b f_{ctd} 2/3(h/2 - x) + \sigma'_s A'_s \cdot (h/2 - d'') + \sigma_s A_s \cdot (h/2 - d'')$$

Ipotesi di sezione totalmente compressa: da non calcolarsi

- Punto di snervamento:

Ipotesi di sezione parzializzata: viene calcolato tenendo conto di un andamento parabola-rettangolo sulla parte compressa di calcestruzzo e della parte in trazione del calcestruzzo non reagente. Si pone la deformata dell'armatura inferiore pari a $\epsilon_{se} = 0.00196 = 0.196\%$ in trazione. Ipotizzata la curvatura è determinato automaticamente anche lo stato di deformazione della sezione e la posizione dell'asse neutro. Si determina la curvatura tale per cui:

$$N_{Ed} = \psi(\epsilon_c(x)) b x f_{cd} + \sigma'_s(\epsilon'_s(x)) A'_s - f_{yd} A_s$$

Per congruenza si determina:

$$x = d - \epsilon_{se}/(1/r)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_{se} x/(h - x)$$

$$\epsilon'_s = \epsilon_{se}(x - d'')/(h - x)$$

Determinata la curvatura che soddisfa l'equilibrio a traslazione si determina dall'equilibrio a rotazione il momento che determina primo snervamento. L'equilibrio è calcolato rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo per non dovere tenere conto del contributo di N_{Ed} :

$$M_y = \psi(x) b x f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(x)x) + \sigma'_s(x) A'_s \cdot (h/2 - d'') - f_{yd} A_s \cdot (h - x - d')$$

Ipotesi di sezione totalmente compressa: in questa ipotesi considerata una deformata a pressoflessione di momento positivo si avranno fibre superiori più compresse, si avrà quindi primo snervamento dell'armatura superiore. Viene quindi imposta la deformata delle armature superiori pari a $\epsilon'_s = \epsilon_{se} = -0.00196 = -0.196\%$ di compressione. L'andamento di cui si tiene conto per il calcestruzzo è quello parabola-rettangolo con sezione interamente reagente. Si preste attenzione a considerare h come altezza partecipante e non x . Questo viene fatto introducendo sfruttando i coefficienti di omogeneizzazione calcolati rispetto alla fibra inferiore:

$$\psi_{inf} = \psi(\epsilon_{c,inf})$$

$$\lambda_{inf} = \lambda(\epsilon_{c,inf})$$

Nel bilancio a traslazione orizzontale si dovrà quindi sottrarre la quota parte relativa alla parte $(x - h)$ della sezione. Si pone quindi:

$$N_{Ed} = \psi(\epsilon_c(x)) b x f_{cd} - \psi(\epsilon_{c,inf}) b (x - h) f_{cd} + f_{yd} A'_s + \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s$$

Nota: non si sfruttano le funzioni ψ e λ di campo (6) perché sono relative alla sola configurazione ultima di deformata. Si ragiona per sottrazione della parte non esistente di sezione.

Per congruenza si determina:

$$x = -\epsilon_{se}/(1/r)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_{se} x/(x - d'')$$

$$\epsilon_s = \epsilon_{se}(x - d'')/(d - x)$$

$$\epsilon_{c,inf} = (1/r) \cdot (h - x)$$

Determinata la curvatura che soddisfa l'equilibrio a traslazione si determina dall'equilibrio a rotazione il momento che determina primo snervamento. L'equilibrio è calcolato rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo per non dovere tenere conto del contributo di N_{Ed} :

$$M_y = \psi(x) b x f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(x)x) - \psi_{inf}(x) b (x - h) f_{cd} \cdot \left(-h/2 - \lambda_{inf}(x)(x - h) \right) + f_{yd} A'_s \cdot (h/2 - d'') + \sigma_s(x) A_s \cdot (h - x - d')$$

- Punto di Stato Limite Ultimo per sforzo normale: si effettua il calcolo del momento resistente della sezione al dato N_{Ed} .

$$M_u = M_{Rd}(N_{Ed})$$

È possibile a questo punto ricostruire la trilatera.

2. Metodo numerico: si ricostruisce la curva dopo la fessurazione con successive iterazioni in punti di curvatura differente nell'ipotesi di sezione parzializzata. Nello specifico caso si è deciso di calcolare 30 punti della curva $M-1/r$ posti tra la curvatura di cracking (nel caso avvenga) e quella di stato limite ultimo

di sforzo normale entrambe determinate con metodo semplificato nella determinazione della trilatera. Per ogni valore di curvatura si procede come segue:

- Si fissa un valore di curvatura $(1/r)_i$;
- Si fissa un valore $\epsilon_{m,0}$ di partenza per $j=0$;
- fissato un valore di $\epsilon_{m,j}$ corrispondente alla deformata in corrispondenza del baricentro della sezione in calcestruzzo è nota la deformata. In particolare è ricavabile:

$$x_j = h/2 - \epsilon_{m,0}/(1/r)_i$$

Da cui per congruenza tutti i parametri deformativi della sezione:

$$\epsilon_c = x_j(1/r)_i > 0 \quad (<0 \text{ trazione, } >0 \text{ compressione})$$

$$\epsilon_{c,inf} = (h - x_j)(1/r)_i \quad (<0 \text{ trazione, } >0 \text{ compressione})$$

$$\epsilon_s = (d - x_j)(1/r)_i \quad (>0 \text{ trazione, } <0 \text{ compressione})$$

$$\epsilon'_s = -(x_j - d'')(1/r)_i \quad (>0 \text{ trazione, } <0 \text{ compressione})$$

Nell'ipotesi di sezione parzializzata (asse neutro dentro la sezione) è possibile calcolare i coefficienti di omogeneizzazione con le consuete formule, prestando attenzione ai relativi range di applicazione:

$$0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}; \quad \psi = \epsilon_c/(3\epsilon_{c2}^2) \cdot (3\epsilon_{c2} - \epsilon_c); \quad \lambda = (4\epsilon_{c2} - \epsilon_c)/(4(3\epsilon_{c2} - \epsilon_c));$$

$$\epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu}; \quad \psi = 1 - 1/3 \cdot \epsilon_{c2}/\epsilon_c; \quad \lambda = (6\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c\epsilon_{c2} + \epsilon_{c2}^2)/(4\epsilon_c(3\epsilon_c - \epsilon_{c2}));$$

$$\epsilon_c > \epsilon_{cu} \quad \psi = 0.80952; \quad \lambda = 0.416;$$

Per ciò che riguarda l'acciaio si dividono i due casi:

$$|\epsilon_s| > \epsilon_{se} \quad \sigma_s = f_{yd} \cdot \text{sign}(\epsilon_s)$$

$$|\epsilon_s| < \epsilon_{se} \quad \sigma_s = E_s \cdot \epsilon_s$$

Si calcola la risultante delle forze come:

$$N_j = \psi(x_j)bx_jf_{cd} - A'_s\sigma_s(x_j) - A_s\sigma_s(x_j)$$

Nell'ipotesi di sezione totalmente compressa si deve considerare l'altezza h della sezione come reagente e non la x . Si considerano quindi i coefficienti di omogeneizzazione calcolati con la deformata al lembo inferiore:

$$\psi_{inf} = \psi(\epsilon_{c,inf})$$

$$N_j = \psi(x_j)bx_jf_{cd} - \psi_{inf}(x_j)b(x_j - h) - A'_s\sigma_s(x_j) - A_s\sigma_s(x_j)$$

Si verifica a questo punto di essere sufficientemente vicini a N_{Ed} . Se non lo si è si ripete il presente punto scegliendo un nuovo $\epsilon_{m,j+1}$

- Arrivati a convergenza si è ricavata una deformata i -esima che garantisce l'equilibrio a traslazione per la curvatura i -esima. Si ha quindi anche x_i , posizione dell'asse neutro relativa a questa deformata. Si ricava il valore di $M_{Ed}((1/r)_i)$ come segue:

Nell'ipotesi di sezione parzializzata:

$$M_{Ed}((1/r)_i) = \psi(x_i)bx_if_{cd}(h/2 - \lambda(x_i)x_i) - \sigma_s(x_i)A_s(x_i - d) - \sigma'_s(x_i)A'_s(x_i - d'')$$

Nell'ipotesi di sezione totalmente compressa:

$$M_{Ed}((1/r)_i) = + \psi(x_i) b x_i f_{cd} (h/2 - \lambda(x_i) x_i) - \psi_{c,inf}((1/r)_i) b (h - x_i) f_{cd} \left(-h/2 - \lambda_{c,inf}((1/r)_i) (x - h) \right) - \sigma_s(x_i) A_s (x_i - d) - \sigma'(x_i) A'_s (x_i - d'')$$

- Si cambia il valore di curvatura: $i \rightarrow i + 1$

Applicazione

Nonostante il fatto che la colonna non risulti verificata a SLU di instabilità secondo il metodo della RN, si mostra che non lo sarà neanche nel caso della CM.

1. Metodo semplificato (costruzione della trilatera): lo SLU di sforzo normale è in campo (6). Si ragiona tenendo conto di una sezione non parzializzata totalmente sottoposta a compressione. Lo snervamento avviene sulle armature superiori.
- Fessurazione: assente.
- Snervamento di A'_s : si imposta l'equilibrio a traslazione:

$$N_{Ed} = \psi(\epsilon_c(x)) b x f_{cd} - \psi(\epsilon_{c,inf}) b (x - h) f_{cd} + f_{yd} A'_s + \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s$$

Nota: non si sfruttano le funzioni ψ e λ di campo (6) perché sono relative alla sola configurazione ultima di deformata. Si ragiona per sottrazione della parte non esistente di sezione.

Risolvendo l'equazione analiticamente o numericamente si determina:

$$(1/r)_y = 3.21 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$x = \epsilon_{se} / (1/r) = 649.8 \text{ mm} \quad (\epsilon_{se} = -0.00169 < 0)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_{se} x / (x - d'') = -0.00208$$

$$\epsilon_s = \epsilon_{se} (x - d'') / (d - x) = -0.00125$$

$$\epsilon_{c,inf} = (1/r) \cdot (h - x) = -0.00112$$

Determinata la curvatura che soddisfa l'equilibrio a traslazione si determina dall'equilibrio a rotazione il momento che determina primo snervamento. L'equilibrio è calcolato rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo per non dovere tenere conto del contributo di N_{Ed} :

$$M_y = \psi(x) b x f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(x) x) - \psi_{inf}(x) b (x - h) f_{cd} \cdot \left(-h/2 - \lambda_{inf}(x) (x - h) \right) + f_{yd} A'_s \cdot (h/2 - d'') + \sigma_s(x) A_s \cdot (h - x - d') = 12.09 \text{ kNm}$$

- Momento resistente:

determinato in fase di verifica a SLU di sforzo normale. Si riportano i risultati:

$$M_u = M_{Rd}(N_{Ed}) = 14.3 \text{ kNm}$$

$$(1/r)_u = 6.29 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

2. Metodo numerico: si procede come descritto nella sezione in cui si è esposto il procedimento.

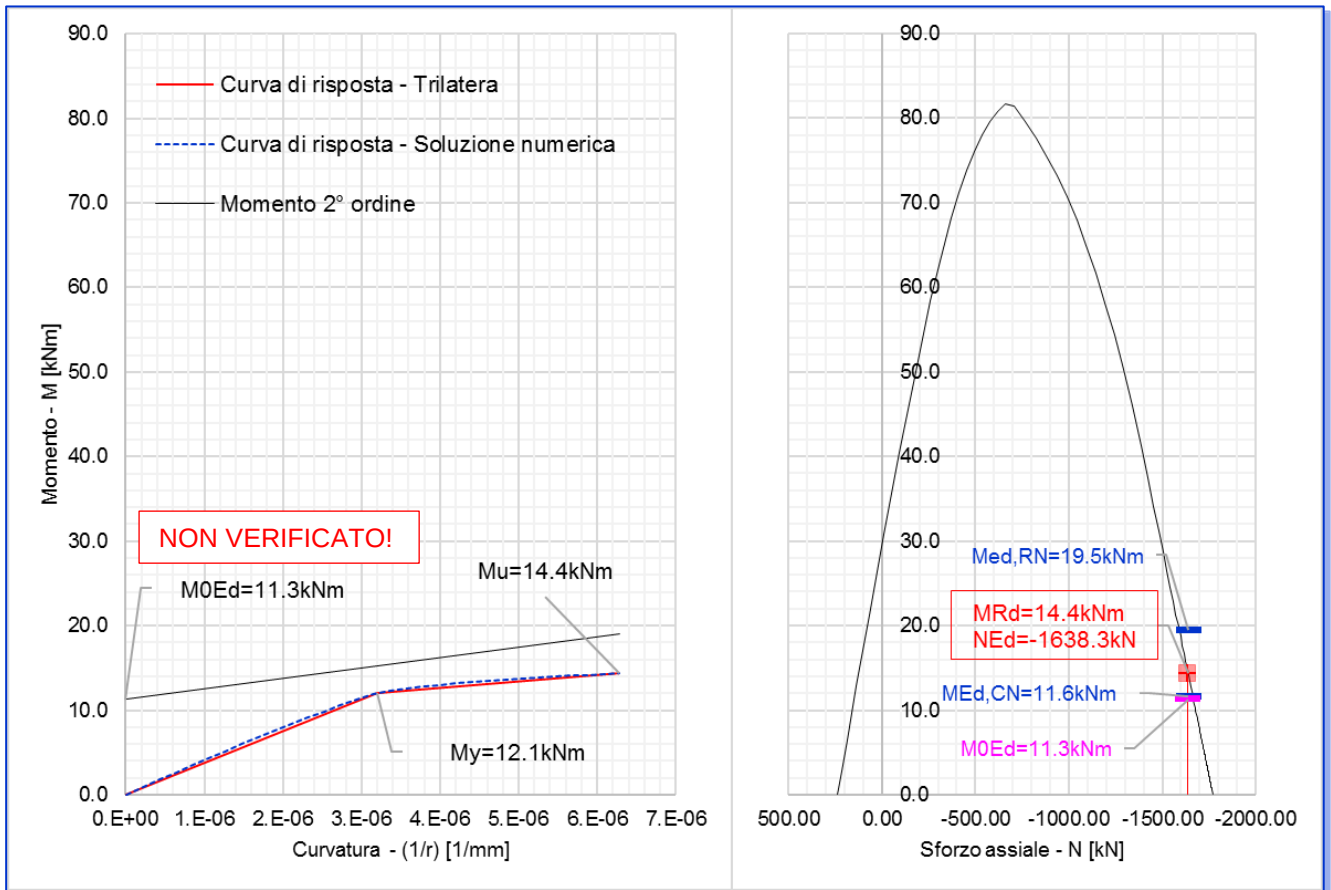
In seguito ad avere ricostruito l'andamento della curva di risposta della sezione, bisogna confrontare quest'ultima con l'andamento del momento:

$$M_{Ed}^{CM} = M_{0Ed} + M_2(1/r)$$

Nel quale M_2 varia linearmente con la curvatura:

$$M_2 = N_{Ed} l_0^2 / 10 \cdot (1/r)$$

Si ricava l'andamento seguente:



6.2.1.5. P27.1: conclusioni sulla verifica a SLU di instabilità

Il pilastro 30cm x 30cm armato con 4 ϕ 14 **non risulta verificato a SLU di instabilità**. Si procederà verificando la seconda sezione proposta (P27.2).

6.2.2. Pilastro P27 con sezione P27.2 – (Q1)

Si procede con la verifica del pilastro P27 al piano interrato con sezione modificata (P27.2) rispetto a quella presentata nelle verifiche precedenti (P27.1). Si presenterà solo la parte di calcolo e risultati. Per la parte di spiegazione del procedimento si rimanda alla parte dedicata alle verifiche di instabilità sulla sezione P27.1.

Si riassumono i dati geometrici della sezione:

$$b = h = 300 \text{ mm} \quad d = 260 \text{ mm} \quad d' = d'' = 40 \text{ mm}$$

$$A_s = 2\phi 14 \rightarrow 2\phi 16 \quad A'_s = 2\phi 14 \rightarrow 2\phi 16$$

Nelle tavole di progetto ci si riferisce a questa sezione con la notazione Q1.

6.2.2.1. P27.2: Confronto tra snellezza e snellezza limite

Si confronta la snellezza effettiva con la snellezza limite:

$$\lambda_{lim} = 20 \cdot A \cdot B \cdot C \cdot \sqrt{n} = 12.56$$

$$L \quad A = 1 / (1 + 0.2\varphi_{ef}) = 0.781$$

$$L \quad \varphi_{ef} = \varphi(\infty, t_0) \cdot M_{0Eqp} / M_{0Ed} = 1.40$$

$$L \quad \varphi(\infty, t_0) = 2.35$$

$$L \quad M_{0Eqp}/M_{0Ed} = N_{0Eqp}e_i/(N_{0Ed}e_i) = N_{0Eqp}/N_{0Ed}$$

$$L \quad N_{0Eqp} = -975.14 \text{ kN}$$

$$L \quad B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1.188$$

$$L \quad \omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd})$$

$$L \quad C = 1.7 - r_m \rightarrow C = 0.7 \quad (\text{valore indicato da normativa})$$

$$L \quad r_m = M_{01}/M_{02}$$

$$L \quad M_{01} = M_{02} = 0.0 \text{ kNm}$$

$$L \quad n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}) = 1.071$$

$$\lambda = l_0/\rho = 31.75$$

$$L \quad \rho = h/\sqrt{12} = 86.6 \text{ mm}$$

$$L \quad l_0 = 2.75 \text{ m} \quad (\text{schema cerniera-cerniera})$$

$$\lambda > \lambda_{lim}$$

Dal confronto tra la snellezza effettiva e quella limite emerge che è necessaria la verifica a SLU di instabilità. Si procede applicando i tre metodi di verifica: CN (Curvatura nominale), RN (Rigidezza nominale) e CM (Colonna modello).

6.2.2.2. P27.2: Metodo di verifica della curvatura nominale

Si espongono di seguito i risultati relativi al caso studiato:

$$M_{Ed}^{CN} = 12.65 \text{ kNm} < M_{Rd}(N_{Ed}) = 22.33 \text{ kNm}$$

(Verificato)

$$M_{Ed}^{CN} = M_{0Ed} + M_2 = 12.65 \text{ kNm}$$

$$L \quad M_{0Ed} = 11.26 \text{ kNm}$$

$$L \quad M_2 = N_{Ed}e_2 = 1.39 \text{ kNm}$$

$$L \quad e_2 = 1/r \cdot l_0^2/c = 0.85 \text{ mm}$$

$$L \quad l_0 = 2.75 \text{ m}$$

$$L \quad c = \pi^2 \simeq 10$$

$$L \quad 1/r = K_r \cdot K_\varphi \cdot 1/r_0 = 1.1 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$L \quad 1/r_0 = \epsilon_{yd}/(0.45d) = 1.7 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1}$$

$$L \quad K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) = 0.05$$

$$L \quad n_u = 1 + \omega = 1.10$$

$$L \quad \omega = A_s f_{yd}/(A_c f_{cd})$$

$$L \quad n = N_{Ed}/(A_c f_{cd}) = 1.07$$

$$L \quad n_{bal} = N_{Rd}(M_{Rd,max})/(A_c f_{cd}) = 0.43$$

$$L \quad K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} = 1.40$$

$$L \quad \varphi_{ef} = 1.40 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } \beta = 0.35 + f_{ck}/200 - \lambda/150 = 0.29$$

$$\text{L } \lambda = 31.75 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda)$$

6.2.2.3. P27.2: Metodo di verifica della rigidità nominale

Si espongono di seguito i risultati relativi al caso studiato:

$$M_{Ed}^{RN} = 18.03 \text{ kNm} < M_{Rd}(N_{Ed}) = 22.33 \text{ kNm}$$

(Verificato)

$$M_{Ed}^{RN} = M_{0Ed}(1 + \beta/(N_B/N_{Ed} - 1)) = 18.03 \text{ kNm}$$

$$\text{L } \beta = \pi^2/c_0 = 1.234$$

$$\text{L } c_0 = 8$$

$$\text{L } N_B = \pi^2 EI/l_0^2 = 5000.8 \text{ kN}$$

$$\text{L } l_0 = 2.75 \text{ m}$$

$$\text{L } EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s = 3.83 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$\text{L } I_c = bh^3/12 = 6.75 \cdot 10^8 \text{ mm}^4$$

$$\text{L } I_s = A'_s(h/2 - d'')^2 + A_s(h/2 - d')^2 = 9.73 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\text{L } E_{cd} = E_{cm}/\gamma_{ce} = 27363.8 \text{ MPa}$$

$$\text{L } E_{cm} = 32836.6 \text{ MPa}$$

$$\text{L } \gamma_{ce} = 1.2$$

$$\text{L } E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$\text{L } K_c = k_1 k_2 / (1 + \varphi_{ef}) = 0.102 \quad (\rho = 4\phi 14 / (300 \cdot 300) = 0.006 > 0.002)$$

$$\text{L } k_1 = \sqrt{f_{ck}/20} = 1.225$$

$$\text{L } k_2 = n \cdot \lambda / 170 = 0.200$$

$$\text{L } n = 1.071 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } \lambda = 31.75 \quad (\text{vedere calcolo di } \lambda)$$

$$\text{L } \varphi_{ef} = 1.40 \quad (\text{vedere calcolo } \lambda_{lim})$$

$$\text{L } K_s = 1 \quad (\text{stesse condizioni di } K_c)$$

6.2.2.4. P27.2: Metodo di verifica della colonna modello

Applicazione

1. Metodo semplificato (costruzione della trilatera): lo SLU di sforzo normale è in campo (6). Si ragionerà tenendo conto di una sezione non parzializzata totalmente sottoposta a compressione. Lo snervamento avviene sulle armature superiori.

- Fessurazione: assente.
- Snervamento di A'_s : si imposta l'equilibrio a traslazione:

$$N_{Ed} = \psi(\epsilon_c(x)) b x f_{cd} - \psi(\epsilon_{c,inf}) b (x - h) f_{cd} + f_{yd} A'_s + \sigma_s(\epsilon_s(x)) A_s$$

Nota: non si sfruttano le funzioni ψ e λ di campo (6) perché sono relative alla sola configurazione ultima di deformata. Si ragiona per sottrazione della parte non esistente di sezione.

Risolvendo l'equazione analiticamente o numericamente si determina:

$$(1/r)_y = 4.01 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

$$x = \epsilon_{se}/(1/r) = 528.1 \text{ mm}$$

$$\epsilon_c = \epsilon_{se} x/(x - d'') = -0.00212 \quad (\epsilon_{se} = -0.00169 < 0)$$

$$\epsilon_s = \epsilon_{se}(x - d'')/(d - x) = -0.00108$$

$$\epsilon_{c,inf} = (1/r) \cdot (h - x) = -0.00092$$

Determinata la curvatura che soddisfa l'equilibrio a traslazione si determina dall'equilibrio a rotazione il momento che determina primo snervamento. L'equilibrio è calcolato rispetto al baricentro della sezione di solo calcestruzzo per non dovere tenere conto del contributo di N_{Ed} :

$$M_y = \psi(x) b x f_{cd} \cdot (h/2 - \lambda(x)x) - \psi_{inf}(x) b (x - h) f_{cd} \cdot \left(-h/2 - \lambda_{inf}(x)(x - h) \right) + f_{yd} A'_s \cdot (h/2 - d'') + \sigma_s(x) A_s \cdot (h - x - d'') = 18.94 \text{ kNm}$$

- Momento resistente:

determinato in fase di verifica a SLU di sforzo normale. Si riportano i risultati:

$$M_u = M_{Rd}(N_{Ed}) = 22.33 \text{ kNm}$$

$$(1/r)_u = 7.73 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}$$

3. Metodo numerico: si procede come descritto nella sezione in cui si è esposto il procedimento.

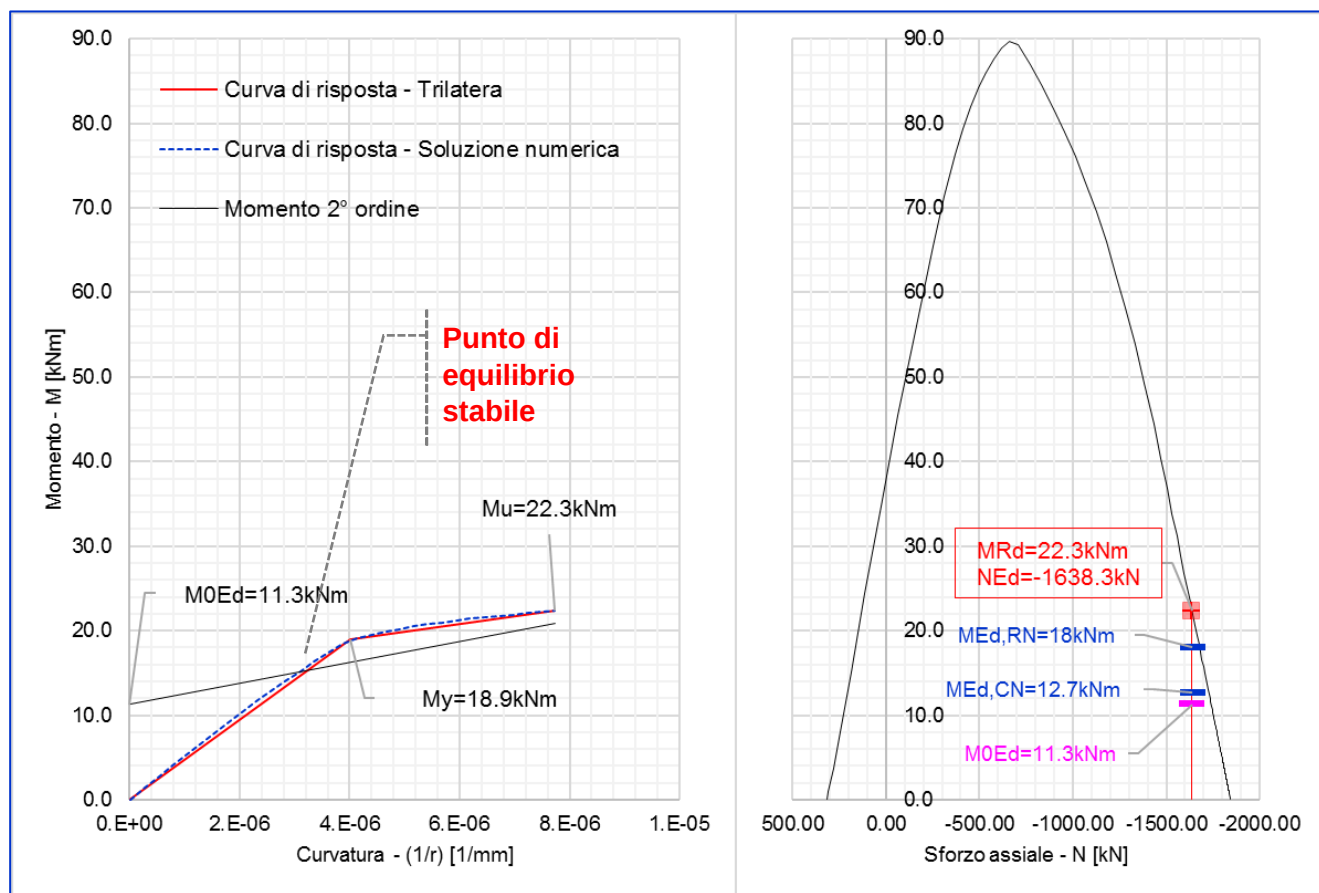
In seguito ad avere ricostruito l'andamento della curva di risposta della sezione, bisogna confrontare quest'ultima con l'andamento del momento:

$$M_{Ed}^{CM} = M_{0Ed} + M_2(1/r)$$

Nel quale M_2 varia linearmente con la curvatura:

$$M_2 = N_{Ed} l_0^2/10 \cdot (1/r)$$

l ricava l'andamento seguente:



6.2.2.5. P27.2: conclusioni sulla verifica a SLU di instabilità

La sezione P27.2 è verificata a tutti e tre i metodi di verifica allo SLU di instabilità.

6.2.2.6. P27.2: curve di risposta in funzione dello sforzo normale (N)

A fini didattici si è ricostruita la curva momento-curvatura della sezione P27.2 per differenti valori di sforzo normale di compressione. Si sottolinea come questa riproduzione non abbia rilevanza ai fini della verifica precedentemente condotta. La sola curva rilevante per la verifica a SLU di instabilità per il pilastro analizzato è quella relativa allo sforzo normale di compressione di 1638.3 kN.

Si riportano per differenti valori di sforzo assiale le curve di risposta indicandone con linea continua la soluzione semplificata (trilatera), e con linea tratteggiata la soluzione numerica. Quest'ultima viene calcolata dal valore di curvatura di fessurazione (nel caso ci sia fessurazione) al valore di curvatura ultima. Questo perché non è stato implementato il calcolo con calcestruzzo reagente a trazione nel calcolo della soluzione numerica. Nel caso non avvenga fessurazione la soluzione numerica è stata calcolata dal valore nullo di curvatura.

